

## ترسیم هندسی:

واژه هندسه (Geometry) از دو واژه ی **Geo** به معنای زمین و **metry** به معنای اندازه گیری آمده است. مصری ها اولین کسانی بودند که از هندسه برای کشاورزی و ساختن منابع و ابزار ها استفاده می کرده اند. در این بین ترسیم اشکال هندسی یکی از مهمترین قسمت های هندسه بوده است.

این فصل به دو بخش ترسیم های هندسی و استدلال تقسیم می شود.

## الف- ترسیم های هندسی

- ✓ مقدمات رسم
- ✓ خواص نیمساز و ترسیم آن
- ✓ خواص عمود منصف و ترسیم آن
- ✓ رسم خط عمود و موازی

## مقدمات رسم:

در ترسیم های هندسی از پرگار و خط کش و نقاله استفاده می کنیم.

نکته: الف- می دانیم با داشتن دو نقطه از یک خط معین می توان یک خط را رسم کرد پس خط کش تنها ابزاری برای وصل کردن نقاط به یکدیگر و رسم خط می باشد.

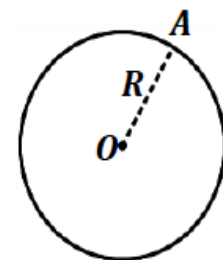
ب- برای رسم کردن تمام نقاطی که از یک نقطه فاصله ی یکسان دارند از پرگار استفاده می شود.

## فاصله:

کوتاهترین مسیر بین دو نقطه یا دو شکل را فاصله بین آن دو می گوئیم. در هندسه این کوتاه ترین مسیر همان پاره خط بین دو نقطه است.

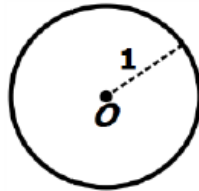
## دایره:

مجموعه نقاطی که از یک نقطه ی ثابت به فاصله ی معلومی مانند **R** هستند، دایره نامیده می شود. **O** را مرکز و **r** را شعاع دایره می نامیم.



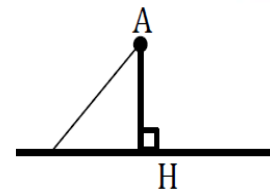
مثال: مجموعه نقاطی را مشخص کنید که فاصله ی آن ها از یک نقطه برابر ۱ است.

یک نقطه ی ثابت مانند O را در نظر می گیریم . بینهایت نقطه در جهات مختلف O وجود دارند که فاصله ی آن ها تا O برابر با ۱ است . کافیست دهانه پرگار را به اندازه ی ۱ باز می کنیم و دایره ای به شعاع ۱ و مرکز O رسم می کنیم.



فاصله ی یک نقطه از خط:

باید کوتاه ترین مسیر بین نقطه و خط را بیابیم . برای این کار باید پاره خط عمود بر خط و گذرنده از نقطه ی مفروض را اندازه بگیریم.

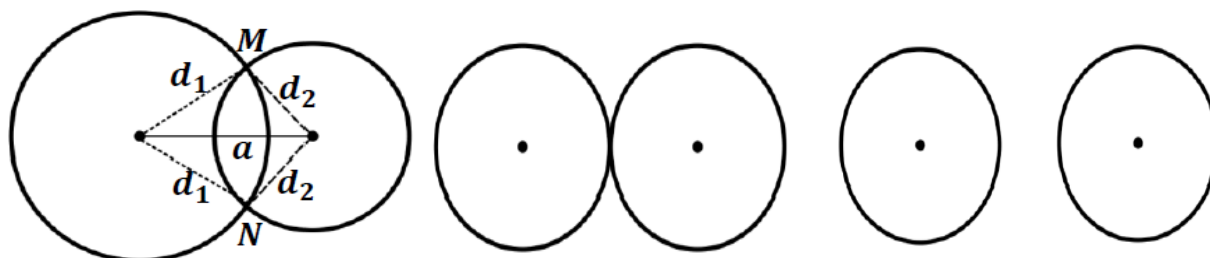


تعیین نقطه ای که از دو نقطه ی ثابت به فاصله های معلوم باشد

فرض کنیم A, B دو نقطه ی ثابت به فاصله a از یکدیگر باشند. برای یافتن نقطه ای که از A به فاصله ی  $d_1$  و از B به فاصله ی  $d_2$  باشد، دو دایره یکی به مرکز A و شعاع  $d_1$  و دیگری به مرکز B و شعاع  $d_2$  رسم می کنیم. نقطه یا نقاط تلاقی دو دایره جواب است.

اگر دو دایره مماس شوند مسئله یک جواب دارد .

اگر دو دایره یکدیگر را قطع نکنند ، مسئله جواب ندارد.



مثال:

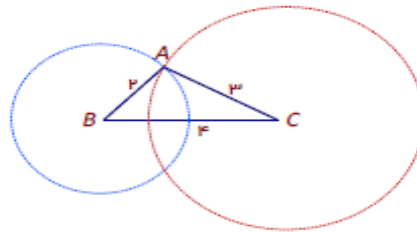
مثلی به اضلاع ۲ و ۳ و ۴ سانتی متر رسم کنید.

پاسخ: پاره خط BC به طول ۴ سانتی متر رسم می کنیم، اکنون به دنبال نقطه ی A با دو ویژگی می گردیم

✓ دایره ای به مرکز B و شعاع ۲ سانتی متر رسم می کنیم

✓ دایره ای به مرکز C و شعاع ۳ سانتی متر رسم می کنیم

محل برخورد دو دایره نقطه ی A می باشد.



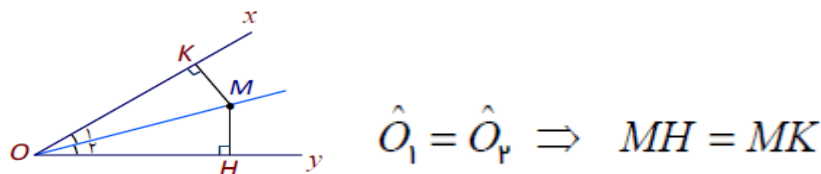
خواص نیمساز و ترسیم آن :

زاویه : دو نیم خط با ابتدای مشترک تشکیل یک زاویه می دهند.

نیم ساز یک زاویه: نیم خطی است که از راس زاویه رسم می شود و زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.

قضیه: ثابت کنید، اگر نقطه ی M روی نیمساز یک زاویه باشد، نشان دهید فاصله ی M تا دو ضلع آن زاویه برابر است.

راه حل:



$$\left. \begin{array}{l} OM = OM \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وز)}} \triangle OMH \cong \triangle OMK$$

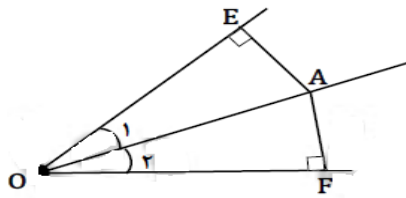
دو مثلث  $OMH$  و  $OMK$  طبق یکی از حالت های خاص مثلث های قائم الزاویه، یعنی وتر و یک زاویه ی تند، هم

نهشت هستند. بنابراین اجزای نظیر در دو مثلث با هم برابرند و از جمله  $MH = MK$

فعالیت:

اگر فاصله ی نقطه ی A تا دو ضلع آن زاویه برابر باشد، آنگاه نقطه ی A روی نیمساز زاویه قرار دارد.

راه حل: نقطه ی  $A$  را داخل زاویه  $O$  را طوری در نظر می گیریم که فاصله اش تا دو ضلع زاویه مقداری یکسان است،  $A$  را به  $O$  وصل می کنیم



$$\begin{cases} \overline{AE} = \overline{AF} & (\text{طبق فرض}) \\ \overline{AO} = \overline{AO} & (\text{ضلع مشترک}) \\ \widehat{AEO} = \widehat{AFO} = 90^\circ \end{cases}$$

بنا به حالت وتر و یک ضلع  $AEO \cong AFO$  پس  $\angle O_1 = \angle O_2$  یعنی نقطه ی  $A$  روی نیمساز  $O$  قرار دارد.

رسم نیمساز:

زاویه  $XOY$  را در نظر می گیریم:

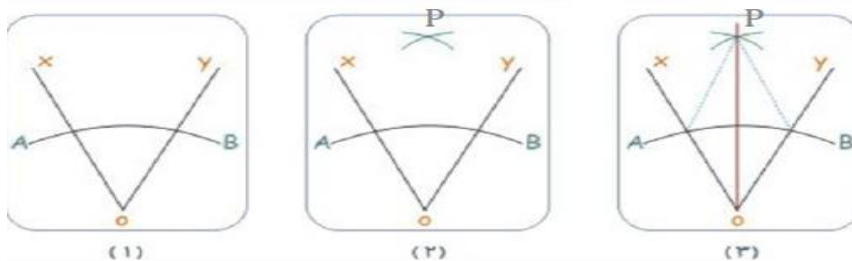
(۱) دایره ای به شعاع دلخواه و به مرکز  $O$  رسم می کنیم، نقاط برخورد را  $A, B$  می نامیم.

(۲) دهانه ی پرگار را بیشتر از نصف فاصله ی  $A, B$  باز می کنیم و دو دایره به مرکز  $A, B$  با شعاع یکسان رسم می کنیم، مقطه مشترک را  $P$  می نامیم.

(۳) خط گذرنده از  $O, P$  را رسم می کنیم.

$$\left. \begin{matrix} OA = OB \\ OP = OP \\ AP = BP \end{matrix} \right\} \rightarrow \Delta AOP \cong \Delta BOP$$

بنابراین دو مثلث بنا به حالت (ض ض ض) هم نهشت هستند، یعنی  $P$  روی نیمساز  $O$  قرار دارد.

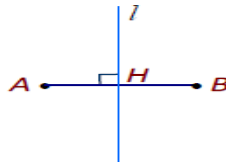


خواص عمود منصف و ترسیم آن:

یک پاره خط مانند  $AB$  در نظر می گیریم. عمود منصف این پاره خط، خطی مانند  $L$  با دو خاصیت زیر خواهد بود:

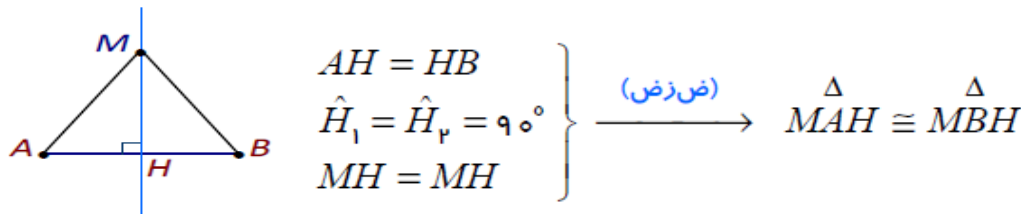
✓ خط  $L$  از وسط پاره خط عبور می کند.  $AH = HB$

✓ خط  $L$  بر پاره خط عبور می کند.  $\angle H = 90^\circ$



اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط باشد، فاصله اش از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

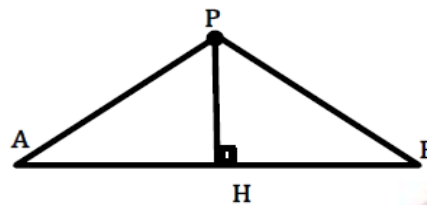
راه حل: نقطه ی  $M$  را روی عمود منصف پاره خط  $AB$  در نظر می گیریم، نشان می دهیم فاصله ی  $M$  تا دو سر پاره خط برابر است. یعنی:  $MA = MB$



بنابراین تمام اجزای نظیر در دو مثلث با هم برابرند، یعنی  $MA = MB$

اگر نقطه ای فاصله اش از دو سر پاره خط به یک اندازه باشد، آن نقطه روی عمود منصف پاره خط قرار دارد.

راه حل: پاره خط  $AB$  و نقطه ی  $P$  را طوری در نظر می گیریم که فاصله ی  $P$  تا دو سر پاره خط به یک اندازه است. یعنی:  $AP = BP$  حال از  $P$  به  $AB$  عمود می کنیم، پای عمود را  $H$  می نامیم.



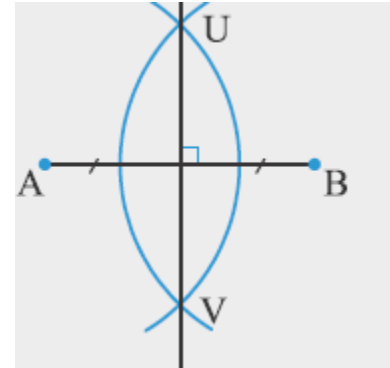
$$\left. \begin{array}{l} PA = PB \\ HP = HP \\ AP = BP \end{array} \right\} \rightarrow \triangle AHP \cong \triangle BHP$$

بناباه حالت وتر و یک ضلع دو مثلث هم نهشت هستند، در نتیجه  $AH = BH$  پس  $P$  روی عمود منصف  $AB$  قرار دارد.

ترسیم عمود منصف یک پاره خط:

یک پاره خط مانند  $AB$  در نظر می گیریم.

- ✓ دهانه ی پرگار را به اندازه ی بیش از نصف  $AB$  باز می کنیم.
- ✓ یک بار به مرکز  $A$  و یک بار به مرکز  $B$  کمان می زنیم
- ✓ این دو کمان یکدیگر را در نقطه های  $U$  و  $V$  قطع می کنند.
- ✓ خطی که از  $V$  عبور می کند، عمود منصف  $AB$  است.



رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ی غیر واقع بر آن:

خط  $d$  و نقطه  $T$  را روی آن در نظر بگیرید.

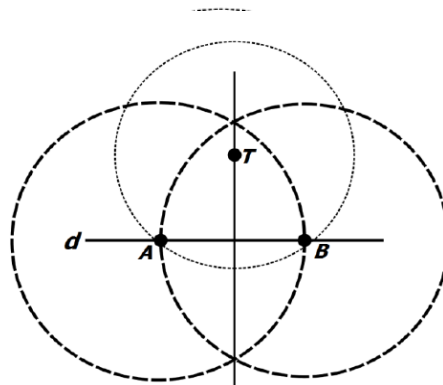
دهانه پرگار را بیشتر از فاصله  $T$  تا خط  $d$  باز کرده و دایره ای به مرکز  $T$  رسم کنید.

نقاط برخورد را  $A$  و  $B$  بنامید.

عمودمنصف پاره خط  $AB$  را رسم کنید.

نقطه  $T$  از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله است، بنابراین  $T$  روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  و در نتیجه روی خط عمود بر

خط  $d$  قرار دارد.



رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ی واقع بر آن:

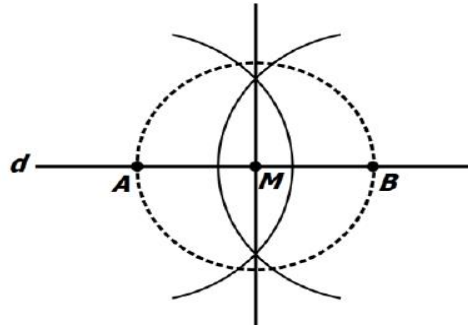
خط  $d$  و نقطه  $M$  را روی آن در نظر بگیرید.

دایره‌ای به مرکز  $M$  و شعاع دلخواه رسم کنید.

نقاط برخورد را  $A$  و  $B$  بنامید.

عمود منصف پاره خط  $AB$  را رسم کنید.

در این صورت خطی عمود بر خط  $d$  رسم کرده‌ایم که از نقطه  $M$  می‌گذرد.



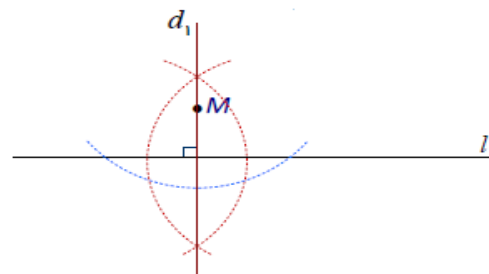
رسم خط موازی:

خط  $L$  و نقطه‌ای مانند  $M$  را در خارج آن در نظر می‌گیریم، می‌خواهیم خطی از  $M$  عبور دهیم که با  $L$  موازی باشد.

$M$

$l$

✓ طبق رسم خط عمود از نقطه خارج خط یعنی  $M$  خط  $d_1$  را بر  $L$  عمود می‌کنیم.



✓ اکنون نقطه  $M$  روی خط  $d_1$  قرار دارد، طبق رسم خط عمود از نقطه واقع بر خط، خطی مانند  $d_2$  را از نقطه  $M$  بر خط  $d_1$  عمود می‌کنیم.

