باسمه تعالی

مقایسه‌ی کتاب ریاضیات گسسته
چاپ ۹۸ و چاپ ۹۷

جابر عامری، عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

***

۱ : در کتاب چاپ ۹۸ یک ویژگی دیگر برای همنهشتی اعداد صحیح اضافه شده (صفحه‌ی۲۰ بعد از ویژگی چهارم) و به تبع آن شماره‌ی ویژگی های بعد تغییر نموده است.

ویژگی ۵ : $a \overset{m}{\equiv} b \,,\, b \overset{m}{\equiv} c \Rightarrow a \overset{m}{\equiv} c$

اثبات :

$$\left.\begin{array}{l} a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow m \mid a-b \\ b \overset{m}{\equiv} c \Rightarrow m \mid b-c \end{array}\right\} \Rightarrow m \mid (a-b)+(b-c)$$

$$\Rightarrow m \mid a-c \Rightarrow a \overset{m}{\equiv} c$$

۲ : تمرین۱۱ صفحه‌ی۴۲ تغییر یک کلمه ای داشته است.

چاپ ۹۷ :

۱۱ علی، سامان، محمد، ناصر و مهرداد، در یک شبکهٔ اجتماعی عضو هستند و هر کدام از آنها ممکن است در فهرست دوستان هر کدام از ۴ نفرِ دیگر باشد یا نباشد.

الف) چند حالت مختلف می‌تواند وجود داشته باشد؟

ب) اگر بودن در فهرست دوستان، رابطه‌ای دوطرفه داشته باشد؛ یعنی هر دونفر، یا هر دو در فهرست دوستان هم هستند و یا هیچ‌کدام در فهرست دوستان دیگری نیست، در این صورت چند حالت مختلف می‌تواند وجود داشته باشد؟

چاپ ۹۸ :

۱۱ علی، سامان، محمد، ناصر و مهرداد، در یک شبکهٔ اجتماعی عضو هستند و هر کدام از آنها ممکن است در فهرست دوستان هر کدام از ۴ نفرِ دیگر باشد یا نباشد.

الف) چند حالت مختلف می‌تواند وجود داشته باشد؟

ب) اگر بودن در فهرست دوستان به این صورت باشد که هر دونفر، یا هر دو در فهرست دوستان هم هستند و یا هیچ‌کدام در فهرست دوستان دیگری نیست، در این صورت چند حالت مختلف می‌تواند وجود داشته باشد؟

۳ : در صفحه‌ی ۴۴ چاپ ۹۸ یک پاورقی به تعریف مجموعه‌ی احاطه گر اضافه شده است.

تعریف : زیر مجموعهٔ D از مجموعهٔ رئوس گراف G را مجموعهٔ احاطه‌گر می‌نامیم هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد و یا حداقل با یکی از رئوس D مجاور باشد.[1]

۱ـ از آنجا که عدد احاطه‌گری یک گراف ناهمبند، به سادگی و با استفاده از یک عمل جمع به‌دست می‌آید، لذا در این کتاب عدد احاطه‌گری گراف‌های همبند مد نظر است مگر اینکه مستقیماً به ناهمبندی گراف اشاره شود.

۴ : به کار در کلاس صفحه‌ی۴۶ یک بند اضافه شده است.

چاپ ۹۷ :

۱ مشخص کنید کدام یک ازمجموعه‌های زیر برای گراف شکل ۵ احاطه‌گر هست و کدام نیست؟

الف) $A=\{a,b,c,d,e\}$

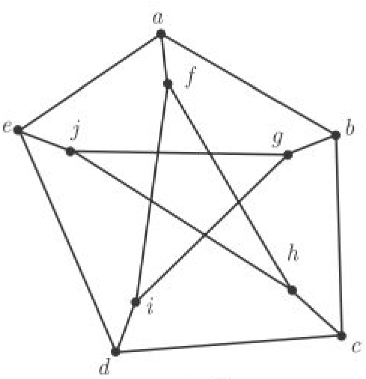
ب) $B=\{f,g,h,i,j\}$

پ) $C=\{a,b,j,h,g\}$

ت) $D=\{a,i,h\}$

ث) $E=\{f,g,h,e,d\}$

ج) $F=\{f,g,h,e\}$



شکل ۵

چاپ ۹۸ :

۱ مشخص کنید کدام یک ازمجموعه‌های زیر برای گراف شکل ۵ احاطه‌گر هست و کدام نیست؟

الف) $A=\{a,b,c,d,e\}$

ب) $B=\{f,g,h,i,j\}$

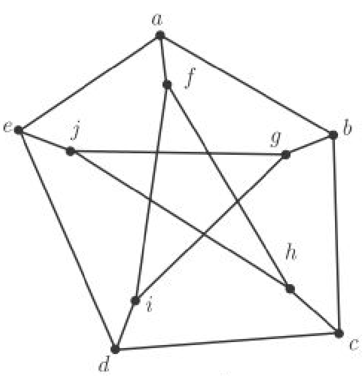
پ) $C=\{a,b,j,h,g\}$

ت) $D=\{a,i,h\}$

ث) $E \quad \{f,g,h,e,d\}$

ج) $F=\{f,g,h,e\}$

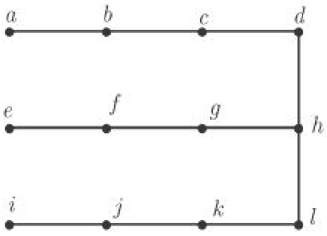
چ) $H=\{g,h,e\}$



شکل ۵

۵: بیان حل مثال صفحه‌ی ۵۱ تغییر کرده است.

چاپ ۹۷:

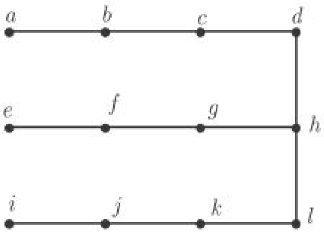


شکل ۱۴

مثال : عدد احاطه‌گری گراف شکل ۱۴ را به‌دست آورید و یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای آن ارائه کنید.

حل : برای احاطه‌کردن رأس a لازم است یکی از دو رأس a و b در مجموعهٔ احاطه‌گر باشند و بهتر آن است که رأس b انتخاب شود.(چرا؟) به همین صورت رئوس j و f را نیز می‌توان در مجموعهٔ احاطه‌گر در نظر گرفت. حال مجموعهٔ $\{b,f,j\}$ تمام رئوس گراف به جز سه رأس l,h,d را احاطه می‌کند و برای احاطهٔ این سه رأس نیز کافی است رأس h اضافه شود یعنی $\{b,f,j,h\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر است. از طرفی با کمتر از ۴ رأس نیز نمی‌توان رئوس این گراف را احاطه کرد. زیرا مثلاً اگر ۳ رأس تمام رئوس را احاطه کنند، چون هیچ رأسی بیش از ۴ رأس را احاطه نمی‌کند (چرا؟) باید هر کدام از این ۳ رأس دقیقاً ۴ رأس را احاطه کنند تا تمام ۱۲ رأس گراف احاطه شده باشند این یعنی باید حداقل ۳ رأس از درجهٔ ۳ داشته باشیم و چنین رأس‌هایی در این گراف وجود ندارند. پس حداقل تعداد رئوس لازم برای احاطه تمام رئوس این گراف همان ۴ تا است.

چاپ ۹۸:



شکل ۱۴

مثال : عدد احاطه‌گری گراف شکل ۱۴ را به‌دست آورید و یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای آن ارائه کنید.

حل : برای احاطه‌کردن رأس a لازم است یکی از دو رأس a و b در مجموعهٔ احاطه‌گر باشند. به همین صورت یکی از رئوس e و f و نیز یکی از رئوس i و j نیز باید در هر مجموعه احاطه‌گر باشند. اما این سه رأس انتخاب شده در هر حالت نمی‌توانند رئوس l,h,d را احاطه کنند. لذا حداقل یک رأس دیگر یعنی حداقل ۴ رأس برای احاطهٔ رئوس این گراف لازم است : یعنی $\gamma(G) \geq ۴$ از طرفی $\{b,f,j,h\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گراست و لذا $\gamma(G) \leq ۴$. بنابراین داریم $\gamma(G) = ۴$.

۶: جمله‌ی انتهای صفحه‌ی ۶۱ در چاپ جدید حذف شده است.

حال می‌خواهیم ابزارهای شمارشی دیگری را معرفی کنیم که با استفاده از آنها می‌توان به حل مسائلی پرداخت که حل آنها با استفاده از روش‌های معمولی، دشوار و گاهی اوقات بسیار وقت‌گیر است!

۷: فعالیت صفحه‌ی ۶۸ به مثال تبدیل شده است.

چاپ ۹۷:

فعالیت

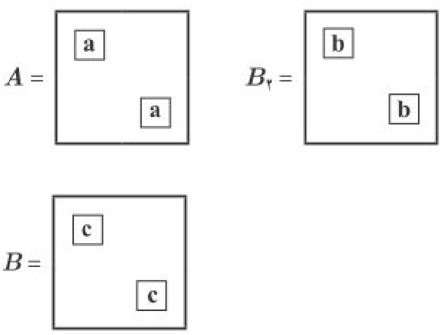
می‌خواهیم نشان دهیم اگر دو مربع لاتین متعامد باشند، مربع لاتینی که با جایگشت بر روی اعضای یکی از آنها به‌دست می‌آید نیز با مربع لاتینِ دیگر متعامد است؛ به عبارتی اگر A و B دو مربع لاتین متعامد باشند و B_2 مربع لاتینِ حاصل از اِعمال یک جایگشت بر اعضای B باشد، آنگاه A و B_2 نیز متعامدند.

۱ فرض کنید A و B دو مربع لاتین متعامد باشند و B_1 نیز مربع لاتینِ حاصل از تعویض تمام اعداد ۱ و ۲ با هم، در B باشد. (یعنی در B به جای تمام ۱ها، ۲ و به جای تمام ۲ها، ۱ قرار دهیم و آن را B_1 بنامیم.) نشان دهید A و B_1 متعامدند. (**راهنمایی:** دو درایهٔ یکسان در A را در نظر بگیرید و نشان دهید که جایگاه‌های متناظر با آنها در B_2 نمی‌توانند اعداد یکسانی داشته باشند.)

۲ فرض کنید A و B دو مربع لاتین متعامد باشند و B_2 مربع لاتینِ حاصل از اِعمال یک جایگشت بر اعضای B باشد. نشان دهید A و B_2 نیز متعامدند. (**راهنمایی:** دو درایهٔ یکسان در A در نظر بگیرید و با برهان خلف نشان دهید درایه‌های نظیر به آنها در B_2 نمی‌توانند اعداد یکسانی داشته باشند. برای این کار از برهان خلف و خاصیت جایگشت استفاده کنید.)

چاپ ۹۸:

مثال: نشان دهید اگر دو مربع لاتین متعامد باشند، مربع لاتینی که با جایگشت بر روی اعضای یکی از آنها به‌دست می‌آید نیز با مربع لاتینِ دیگر متعامد است؛ به عبارتی اگر A و B دو مربع لاتین متعامد باشند و B_2 مربع لاتینِ حاصل از اِعمال یک جایگشت بر اعضای B باشد، آنگاه A و B_2 نیز متعامدند.



حل: فرض کنیم A و B_2 متعامد نباشند. لذا دو جایگاه در مربع A وجود دارد که اعداد یکسانی (مثلاً a) در آنها قرار دارد و در جایگاه‌های نظیر آنها در مربع B_2 نیز دو درایهٔ یکسان (مثلاً b) قرار دارند.

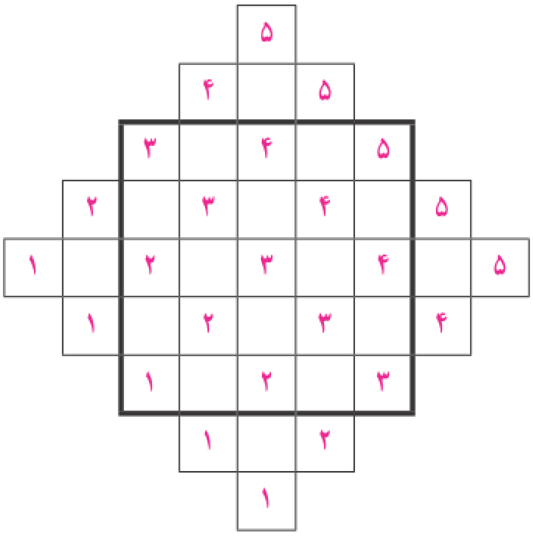
حال با توجه به تعریف جایگشت در همین دو جایگاه در مربع B نیز باید دو درایه یکسان مانند c باشد که در B_2 با اعمال جایگشت به درایهٔ b تبدیل شده‌اند و در این صورت دو مربع A و B نیز متعامد نخواهند بود و این با فرض مسئله در تناقض است. لذا A و B_2 هم نمی‌توانند متعامد نباشند.

۸: روش ساخت دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ی فرد، در چاپ جدید به شکل راهنمایی بیان شده است و خواسته که مراحل انجام شود. حذف برخی شکل ها در این قسمت موجب شده که شماره‌ی صفحات به تعداد یک صفحه تغییر کند.

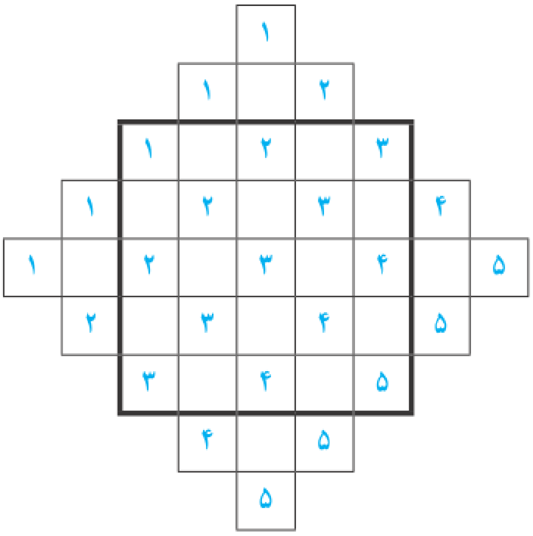
چاپ ۹۷ :

با انجام مراحل زیر می‌توانید دو مربع لاتین ۵ × ۵ متعامد به‌دست آورید.

۱ اعداد ۱، ۲، . . . و ۵ با نظمی خاص (به نحوهٔ چینش اعداد دقت کنید) در دو شکل (الف) و (ب) چیده شده‌اند.

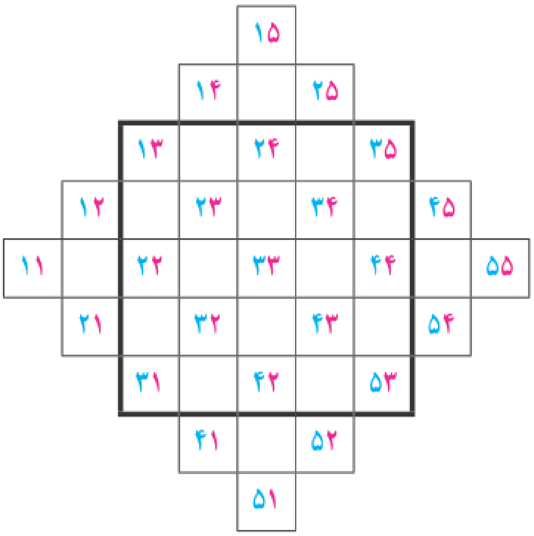


(الف)



(ب)

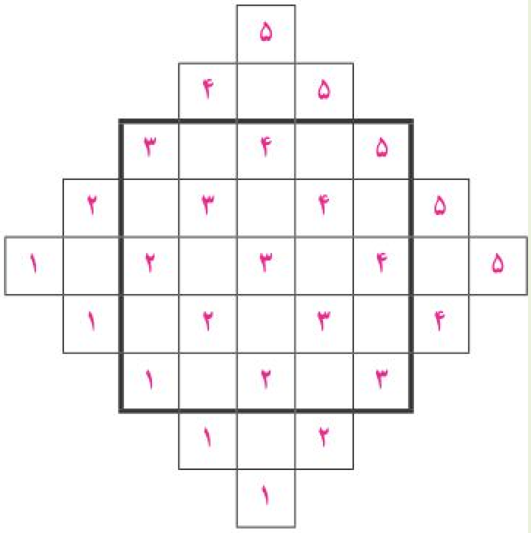
۲ از کنار هم قرار دادن اعداد متناظر از شکل‌های (الف) و (ب) شکل زیر به‌دست می‌آید که در آن عدد دورقمی تکراری وجود ندارد.



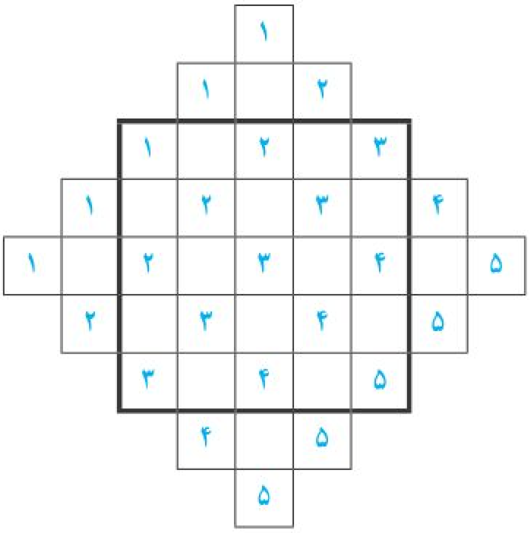
چاپ ۹۸ :

با انجام مراحل زیر می‌توانید دو مربع لاتین 5×5 متعامد به‌دست آورید.

۱ اعداد ۱، ۲، . . . و ۵ با نظمی خاص (به نحوهٔ چینش اعداد دقت کنید) در دو شکل (الف) و (ب) چیده شده‌اند.



الف)



ب)

۲ حال مربع‌های پررنگِ 5×5 وسط را در نظر بگیرید و با انتقال اعداد خارج از این مربع‌ها به داخل آنها با روش زیر، مربع‌ها را پر کرده، دو مربع لاتین متعامد از مرتبهٔ ۵ به‌دست آورید.

الف) در هر کدام از مربع‌ها، هر عدد که در سمت چپ آن واقع است را ۵ خانه به سمت راست انتقال دهید.

ب) در هر کدام از مربع‌ها، هر عدد که در سمت راست آن واقع است را ۵ خانه به سمت چپ انتقال دهید.

پ) در هر کدام از مربع‌ها، هر عدد که در بالای مربع واقع است را ۵ خانه به پایین انتقال دهید.

ت) در هر کدام از مربع‌ها، هر عدد که در پایین مربع واقع است را ۵ خانه به بالا انتقال دهید.

۳ با روشی کاملاً مشابه آنچه دیدید برای هر n فرد می‌توانید دو مربع لاتین متعامد از مرتبهٔ n به‌دست آورید.

***

مورد دیگری در این مقایسه مشاهده نشد و ممکن است همکاران محترم موارد دیگری را پیدا کنند.