

# آرم سازمان

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

راهنمای برنامه درسی حوزه یادگیری ریاضی

مجری طرح: ابراهیم ریحانی

همکاران اصلی: مهدی ایزدی، زهرا رحیمی، محمدرضا سید صالحی، خسرو داودی، حمیدرضا امیری، هادی مین‌باشیان، فهیمه کلاهدوز، سمیه

سادات میر معینی

زمستان ۱۳۹۵

## فهرست مطالب

۴	..... مقدمه
۶	..... ۱- جدول عناوین دروس
۶	..... ۱-۱- جدول عناوین دروس دوره اول و دوم ابتدایی و دوره اول متوسطه
۷	..... ۱-۲- جدول عناوین دروس دوره دوم متوسطه
۸	..... ۲- منطق برنامه حوزه یادگیری ریاضی
۹	..... ۳- شایستگی‌ها
۹	..... ۳-۱- شایستگی‌ها به تفکیک سطوح مختلف شایستگی‌ها
۱۰	..... ۳-۲- شایستگی‌ها به تفکیک دوره‌ها
۱۱	..... ۴- محتوا
۱۱	..... ۴-۱- دامنه محتوایی مفاهیم و مهارت‌های اساسی
۱۱	..... ۴-۱-۱- دامنه محتوایی مفاهیم اساسی
۱۲	..... ۴-۱-۲- دامنه محتوایی مهارت‌ها و فرآیندهای اساسی
۱۶	..... ۴-۲- شایستگی‌ها، ایده‌های کلیدی، مفاهیم اساسی و خرده مفاهیم حوزه یادگیری ریاضی
۱۷	..... ۴-۳- شایستگی‌ها، ایده‌های کلیدی، مهارت‌ها و فرآیندهای اساسی و خرده مهارت‌ها و فرآیندها
۱۸	..... ۴-۴- مفاهیم اساسی و خرده مفاهیم به همراه استانداردهای محتوایی حوزه یادگیری ریاضی
۱۸	..... ۴-۴-۱- اعداد و عملیات
۲۰	..... ۴-۴-۲- الگو و تغییر
۲۲	..... ۴-۴-۳- فضا و شکل
۲۵	..... ۴-۴-۴- عدم قطعیت
۲۷	..... ۴-۵- مهارت‌ها و فرآیندهای اساسی و خرده مهارت‌ها و فرآیندها به همراه استانداردهای محتوایی حوزه یادگیری ریاضی
۲۷	..... ۴-۵-۱- حل مسئله

۲۹	.....	استدلال-۴-۵-۲
۳۱	.....	ارتباطات و اتصال‌ها-۴-۵-۳
۳۲	.....	گفتمان-۴-۵-۴
۳۳	.....	محاسبات عددی، ذهنی و تقریبی-۴-۵-۵
۳۴	.....	اندازه‌گیری و استفاده از ابزارها-۴-۵-۶
۳۶	.....	مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی حوزه یادگیری ریاضی به تفکیک دوره‌ها-۴-۶
۳۶	.....	مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی دوره اول ابتدایی (پایه‌های ۱ تا ۳)-۴-۶-۱
۳۹	.....	مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی دوره دوم ابتدایی (پایه‌های ۴ تا ۶)-۴-۶-۲
۴۴	.....	مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی دوره اول متوسطه (پایه‌های ۷ تا ۹)-۴-۶-۳
۵۱	.....	مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی دوره دوم متوسطه (پایه‌های ۱۰ تا ۱۲)-۴-۶-۴
۶۰	.....	راهبردهای یاددهی- یادگیری-۵
۶۱	.....	راهبردهای ارزشیابی-۶

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی در راستای اجرای سیاست‌های ابلاغی مقام معظم رهبری<sup>۱</sup> و عملیاتی کردن مفاد سند تحول بنیادین<sup>۲</sup> و نیز برنامه درسی ملی<sup>۳</sup>، مسئولیت تدوین برنامه درسی را در حوزه‌های مختلف یادگیری بر عهده گرفت. برنامه حاضر، حاصل تلاش مستمر سه‌ساله‌ی کارگروهی شامل برنامه‌ریزان درسی، متخصصین موضوعی، متخصصین آموزش ریاضی و دبیران مجرب در حوزه‌ی تربیت و یادگیری ریاضی است. فرآیند تولید این سند شامل تحلیل اسناد بالادستی و استخراج گزاره‌ها، بررسی اسناد برنامه درسی سایر کشورها و پژوهش‌های بین‌المللی و پالایش‌یافته‌ها بر اساس اسناد بالادستی است.

با توجه به مبانی نظری اسناد تحولی<sup>۴</sup>، جهت‌گیری کلی این سند نسبت به علم ریاضی از یک منظر، علمی است کشف‌شدنی و دریچه‌ای است برای کشف قوانین حاکم بر نظام خلقت و از منظری دیگر حاصل تلاش بشری است. در این دیدگاه، دانش‌آموز، عالمی بالقوه است که در مواجهه با موقعیت‌های واقعی و چالشی (ناآشنا) با استفاده از بدیهیات اولیه، مفاهیم ریاضی و راهنمایی معلم و افراد دیگر جامعه و هماهنگی مستدل بین این منابع، درصدد حل مسئله برمی‌آید. بدین ترتیب دانش‌آموز، دانش خود را می‌سازد و به مراحل از علم ریاضی دست می‌یابد. معلم در این مسیر طراح، سازمان دهنده، هدایتگر و تسهیل‌گر فرصت‌های یاددهی و یادگیری است و جریان یادگیری، مبتنی بر فرصت‌هایی است که از محیط پیرامونی الهام گرفته شده است. در این دیدگاه علاوه بر محصول نهایی (دانش ریاضی کسب‌شده)، فرآیند دستیابی به این دانش نیز درخور اهمیت و قسمتی از یادگیری است. بخشی از فرصت‌های ارزشیابی در جریان یادگیری رسمی و بخش عمده آن در مواجهه دانش‌آموزان با موقعیت‌های واقعی رخ می‌دهد. این موقعیت‌ها به‌طور مستمر، فرصتی را برای ارزیابی عملکرد دانش‌آموز توسط معلم و نیز خودارزیابی توسط دانش‌آموز و تحقق مراتبی از فراشناخت، ممکن می‌سازد.

از مهم‌ترین تأکیدات این برنامه، در نظر گرفتن نقش فعال برای دانش‌آموزان بر اساس تفاوت‌های فردی آن‌ها و نقش هدایتگری برای معلمان در فرآیند یاددهی و یادگیری، حضور ارزشیابی در تمامی این مراحل و استفاده از انواع روش‌های ارزشیابی به‌ویژه ارزشیابی عملکردی بوده است. عناوین دروسی که توسط این برنامه به‌طور مستقیم یا از طریق یک عنوان مشترک در پایه یا دوره پوشش داده می‌شوند شامل موارد ذکرشده در جدول ۱ می‌باشند.

جدول ۱. عناوین دروسی تحت پوشش این برنامه به همراه تعداد ساعات

دوره - سال	پایه	رشته تحصیلی	درس	تعداد ساعت
اول ابتدایی - اول	اول		ریاضی	۵

<sup>۱</sup> بند ۴ سیاست‌های ابلاغی مقام معظم رهبری

<sup>۲</sup> راهکار ۱-۱ فصل هفتم (هدف‌های عملیاتی و راهکارها) سند تحول بنیادین

<sup>۳</sup> حوزه تربیت و یادگیری ریاضیات برنامه درسی ملی

<sup>۴</sup> بند ۳-۴-۱ صفحه ۸۱ سند مبانی نظری تحول بنیادین در نظام تعلیم و تربیت رسمی عمومی جمهوری اسلامی ایران (آذرماه ۱۳۹۰)

۵	ریاضی		دوم	اول ابتدایی - دوم
۴	ریاضی		سوم	اول ابتدایی - سوم
۴	ریاضی		چهارم	دوم ابتدایی - چهارم
۴	ریاضی		پنجم	دوم ابتدایی - پنجم
۴	ریاضی		ششم	دوم ابتدایی - ششم
۴	ریاضی		هفتم	اول متوسطه - اول
۴	ریاضی		هشتم	اول متوسطه - دوم
۴	ریاضی		نهم	اول متوسطه - سوم
۴	ریاضی ۱	ریاضی فیزیک	دهم	دوم متوسطه - اول
۲	هندسه ۱			
۴	ریاضی ۱			
۳	ریاضی و آمار ۱	ادبیات و علوم انسانی و علوم و معارف اسلامی	دهم	
۳	حسابان ۱	ریاضی فیزیک	یازدهم	دوم متوسطه - دوم
۲	هندسه ۲			
۲	آمار و احتمال			
۴	ریاضی ۲	علوم تجربی	یازدهم	
۲	ریاضی و آمار ۲	ادبیات و علوم انسانی و علوم و معارف اسلامی	یازدهم	
۳	حسابان ۲	ریاضی فیزیک	دوازدهم	دوم متوسطه - سوم
۲	هندسه ۳			
۲	ریاضیات گسسته			
۴	ریاضی ۳	علوم تجربی	دوازدهم	
۲	ریاضی و آمار ۳	ادبیات و علوم انسانی و علوم و معارف اسلامی	دوازدهم	

برنامه حاضر، راهنمایی برای برنامه‌ریزان، مؤلفان، دبیران و دست‌اندرکاران این حوزه است که می‌تواند به آن‌ها در ایفای مؤثرتر نقش خود کمک کند. برنامه‌ریزان و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی می‌توانند جهت تألیف کتاب‌های درسی از جدول ریز محتوایی که بر اساس این برنامه در آینده تولید خواهد شد، استفاده نمایند. سند «تحلیل خط‌مشی‌ها، اسناد مصوب، پژوهش‌ها و منابع مرتبط با حوزه‌ی یادگیری ریاضی<sup>۵</sup>» منبع مناسبی برای آشنایی بیشتر مؤلفان، دبیران و دست‌اندرکاران این حوزه با این برنامه است.

## ۱- جدول عناوین دروس

### ۱-۱- جدول عناوین دروس دوره اول و دوم ابتدایی و دوره اول متوسطه

نام دوره و سال	نام پایه	نام درس	تعداد ساعت	تعداد کتاب
اول ابتدایی- اول	اول	ریاضی	۵	۱
اول ابتدایی- دوم	دوم	ریاضی	۵	۱
اول ابتدایی- سوم	سوم	ریاضی	۴	۱
دوم ابتدایی- چهارم	چهارم	ریاضی	۴	۱
دوم ابتدایی- پنجم	پنجم	ریاضی	۴	۱
دوم ابتدایی- ششم	ششم	ریاضی	۴	۱
اول متوسطه- اول	هفتم	ریاضی	۴	۱
اول متوسطه- دوم	هشتم	ریاضی	۴	۱
اول متوسطه- سوم	نهم	ریاضی	۴	۱

<sup>۵</sup> این سند به برنامه درسی حاضر پیوست شده است.

۱-۲- جدول عناوین دروس دوره دوم متوسطه

نام دوره و سال	نام پایه	نام رشته	نام درس	تعداد ساعت	تعداد کتاب
دوم متوسطه - سال اول	دهم	ریاضی فیزیک	ریاضی ۱	۴	۱
			هندسه ۱	۲	۱
	دهم	علوم تجربی	ریاضی ۱	۴	۱
	دهم	ادبیات و علوم انسانی و علوم و معارف اسلامی	ریاضی و آمار ۱	۳	۱
دوم متوسطه - سال دوم	یازدهم	ریاضی فیزیک	حسابان ۱	۳	۱
			هندسه ۲	۲	۱
			آمار و احتمال	۲	۱
	یازدهم	علوم تجربی	ریاضی ۲	۴	۱
	یازدهم	ادبیات و علوم انسانی و علوم و معارف اسلامی	ریاضی و آمار ۲	۲	۱
دوم متوسطه - سال سوم	دوازدهم	ریاضی فیزیک	حسابان ۲	۳	۱
			هندسه ۳	۲	۱
			ریاضیات گسسته	۲	۱
	دوازدهم	علوم تجربی	ریاضی ۳	۴	۱
	دوازدهم	ادبیات و علوم انسانی و علوم و معارف اسلامی	ریاضی و آمار ۳	۲	۱

## ۲- منطق برنامه حوزه یادگیری ریاضی

جهان خلقت، رمز و رازها و پیچیدگی‌های بسیاری دارد که فهم و شناخت آن و درک روابط بین آن‌ها، به‌منظور بهتر زیستن در دنیای امروزی، نیازمند علوم مختلف است. علم ریاضی به‌مثابه‌ی علمی که ارتباط نزدیکی با اندیشمندی و نظام‌مندی دارد، می‌تواند در کنار سایر علوم این هدف را محقق سازد. از این منظر ریاضیات، علمی است که هرچند ماهیتی مجرد و کشف‌شدنی دارد، اما محصول اندیشیدن، تجزیه‌وتحلیل محیط پیرامونی و خلاقیت ذهن بشر است و رشد، توسعه و گسترش مرزهای آن، مستلزم ورود آگاهانه، پرسشگرانه و مبدعانه‌ی آدمی است. نگرستن به محیط پیرامونی از منظر ریاضیات، موجب درک تدریجی مراتبی از قانونمندی‌های طبیعت و کشف نظام‌مندی‌های حاکم بر هستی است و به آشکار شدن بخش‌هایی از واقعیت، کشف الگوها و روابط جدید، اصلاح ایده‌های پیشین و گسترش مرزهای دانش ریاضی می‌انجامد. ظرفیت ویژه‌ی این علم در مطالعه‌ی پدیده‌های پیرامونی، زمینه را برای برقراری ارتباط با طبیعت، بهره‌برداری بهینه از آن و دستیابی به توسعه پایدار فراهم می‌کند. علاوه بر آن انسان را در توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده و پیش‌بینی و کنترل وضعیت‌های ممکن توانمند می‌سازد. از سوی دیگر ریاضیات می‌تواند فرصت‌های مناسبی را برای پرورش تفکر و توسعه‌ی مهارت‌های استدلالی فراهم آورد و بدین ترتیب افراد را برای مواجهه‌ی مناسب و مؤثر با مسائل انتزاعی و مقتضیات زندگی روزمره آماده سازد. قابلیت‌های دیگر ریاضیات، از جمله ارتباط و قدرت تعامل آن با سایر علوم، نقش و کاربرد آن در حوزه‌های علمی، حرفه‌ای و محیط کار، آن را به‌عنوان دانشی ارزشمند حائز اهمیت ساخته است. به‌علاوه ریاضیات، می‌تواند زمینه‌ساز پرورش انسان‌هایی باشد که با دقت در طبیعت، پی بردن به عظمت خلقت و درک مظاهر فعل و جمال الهی، انسان‌هایی مؤمن، متعهد، اخلاقی و کارآمد برای جامعه‌اند.

قلمرو ریاضیات را در نگاهی کلی می‌توان بر دو ستون دانش ریاضی و تفکر ریاضی استوار دانست. دانش ریاضی، مرزهای این رشته و تمایز آن را با سایر علوم از طریق معرفی برخی مفاهیم و مهارت‌ها مشخص می‌کند. منظور از مفاهیم، شاخه‌های متنوع مفهومی و محتوایی شامل اعداد و عملیات بین آن‌ها، جبر، هندسه، آمار و احتمال است و توانایی به‌کارگیری این مفاهیم را در قالب مهارت‌هایی نظیر محاسبات و اندازه‌گیری می‌توان ارائه کرد. تفکر ریاضی به‌عنوان وجه مورد تأکید این برنامه، به فرایندهای فکری اشاره دارد که بدون آن‌ها، فهم کامل و شایسته‌ی ریاضی ممکن نیست و ناظر به توانمندی این علم در پرورش نیروی تعقل و توانایی‌های ذهنی، تجزیه‌وتحلیل، استدلال و به‌کارگیری استراتژی‌های حل مسئله است. این وجه، بستری برای پرورش مهارت‌های تفکر، به شکلی منسجم، منطقی و سازمان‌دهی شده فراهم می‌کند و تمرکز آن را به‌اختصار می‌توان مبتنی بر توانایی استدلال، حل مسئله و کشف نظام‌مندی‌ها دانست.

دانش ریاضی و تفکر ریاضی از منظر کاربرد و ارتباط با زندگی روزمره، در دو وجه فناوری و زیبایی‌شناسی انعکاس می‌یابند. به عبارتی تأکید این برنامه بر توجه به تعامل حیطه‌های مفهومی، مهارتی و فرایندی است؛ اما تحقق توأمان این اهداف و تعمیق دانش ریاضی در کنار تسلط بر تفکر ریاضی، در بستر تعامل با محیط پیرامونی و توجه به بافت و زمینه‌ی موضوع، محقق می‌شود. چنین رویکردی علاوه بر آن که یادگیری ریاضی را معنادار و ماندگار می‌کند، حامل پتانسیلی ویژه برای توجه به زمینه‌های فرهنگی، ارزشی و تمدن اسلامی- ایرانی است. از این طریق بها دادن به جنبه‌های زیباشناختی ریاضی، بافت اجتماعی- تاریخی و تاریخ ریاضی نیز ممکن می‌شود.



بدیهی است این رویکرد، در تنظیم این برنامه درسی و به تبع آن در تنظیم محتوای کتاب‌های درسی، تأثیرگذار است. سازمان‌دهی محتوا در دوره ابتدایی بر مبنای دانش ریاضی و با تمرکز بر پرورش مهارت‌ها و فرایندهای تفکر است. این روند به تدریج با افزایش پایه‌های تحصیلی تا پایان دوره‌ی متوسطه، به سمت افزایش نقش موضوعات ریاضی به موازات توجه به فرایندهای تفکر، جهت خواهد گرفت. ماهیت علم ریاضی از دیدگاه این برنامه چنین ایجاب می‌کند که در روش ارائه و راهبردهای تدریس نیز بر رویکرد حل مسئله، روش‌های فعال یادگیری نظیر پرسش و پاسخ و بهره‌گیری از شهود، فناوری و زیبایی‌شناسی تأکید شود.

### ۳- شایستگی‌ها

#### ۳-۱ به تفکیک سطوح مختلف شایستگی‌ها

شایستگی‌ها	دوره اول ابتدایی	دوره دوم ابتدایی	دوره اول متوسطه	دوره دوم متوسطه
۱- با کسب دانش و مهارت‌های ریاضی قادر است روابط و الگوهای حاکم بر نظام خلقت و تغییرات آن را بررسی و نتایج یافته‌های علمی خود را گزارش کند.	با کسب دانش و مهارت‌های ریاضی، الگوهای ساده موجود در ریاضیات یا محیط پیرامونی را شناسایی و تبیین کند.	با کمک مهارت‌های تفکر علمی و منطقی روابط و الگوهای موجود در ریاضیات یا محیط پیرامونی را کشف و تحلیل کند.	با درک مفاهیم انتزاعی ریاضیات، مهارت‌های استدلال استنتاجی را به کار گرفته و برای مفاهیم، مدل‌سازی نماید.	با کسب دانش و مهارت‌های ریاضی قادر است روابط و الگوهای حاکم بر نظام خلقت و تغییرات آن را بررسی و نتایج یافته‌های علمی خود را گزارش کند.
۲- با پرورش تفکر ریاضی بتواند در مواجهه با موقعیت‌های حل مسئله در ریاضیات/ سایر علوم یا زندگی واقعی، راه‌حل ارائه	با پرورش شهود شخصی قادر است مسائل ساده ریاضی را حل کند.	با پرورش تفکر علمی منطقی قادر است مسائل ریاضی را حل کند.	با پرورش تفکر استنتاجی قادر است به وسیله مدل-سازی، مسائل ریاضی را حل کند.	با پرورش تفکر ریاضی بتواند در مواجهه با موقعیت‌های حل مسئله در ریاضیات/ سایر علوم یا زندگی واقعی، راه‌حل ارائه

نماید.				نماید.
با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری فناوری درک خود از دانش و مهارت‌های ریاضی را توسعه می‌دهد.	برای حل مسائل ریاضی، فناوری متناسب با آن را انتخاب و از آن استفاده کند.	با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری ابزارهای ساده، قادر است اندازه‌گیری و محاسبات ساده ریاضی را انجام دهد.	با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری ابزارهای ساده، قادر است اندازه‌گیری و محاسبات ساده ریاضی را انجام دهد.	با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری فناوری درک خود از دانش و مهارت‌های ریاضی را توسعه می‌دهد.

### ۲-۳ به تفکیک دوره‌ها

دوره	شایستگی
اول	با کسب دانش و مهارت‌های ریاضی، الگوهای ساده موجود در ریاضیات یا محیط پیرامونی را شناسایی و تبیین کند.
	با پرورش شهود شخصی قادر است مسائل ساده ریاضی را حل کند.
	با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری ابزارهای ساده، قادر است اندازه‌گیری و محاسبات ساده ریاضی را انجام دهد.
دوم	با کمک مهارت‌های تفکر علمی و منطقی روابط و الگوهای موجود در ریاضیات یا محیط پیرامونی را کشف و تحلیل کند.
	با پرورش تفکر علمی منطقی قادر است مسائل ریاضی را حل کند.
	با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری ابزارهای ساده، قادر است اندازه‌گیری و محاسبات ساده ریاضی را انجام دهد.
سوم	با درک مفاهیم انتزاعی ریاضیات، مهارت‌های استدلال استنتاجی را به کار گرفته و برای مفاهیم، مدل‌سازی نماید.
	با پرورش تفکر استنتاجی قادر است به وسیله مدل‌سازی، مسائل ریاضی را حل کند.
	برای حل مسائل ریاضی، فناوری متناسب با آن را انتخاب و از آن استفاده کند.
چهارم	با کسب دانش و مهارت‌های ریاضی قادر است روابط و الگوهای حاکم بر نظام خلقت و تغییرات آن را بررسی و نتایج یافته‌های علمی خود را گزارش کند.

با پرورش تفکر ریاضی بتواند در مواجهه با موقعیت‌های حل مسئله در ریاضیات/ سایر علوم یا زندگی واقعی، راه حل ارائه نماید.
با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری فناوری درک خود از دانش و مهارت‌های ریاضی را توسعه می‌دهد.

#### ۴- محتوا

##### ۴-۱- دامنه محتوایی مفاهیم، مهارت‌های اساسی و فرآیندهای اساسی

##### ۴-۱-۱- دامنه محتوایی مفاهیم اساسی

#### اعداد و عملیات:

اعداد و عملیات یکی از حیطه‌های دانشی و مهارتی اساسی حوزه یادگیری ریاضی است که هدف آن ایجاد درک عمیق و بنیانی در خصوص مفهوم اعداد و اعمال حسابی، استفاده از مفهوم عدد در شمارش و درک سیستم‌های عددی و ساختار آن‌ها و مهارت یافتن در استفاده از اعداد برای شمارش و انجام اعمال حسابی و همچنین تخمین و برآورد در موقعیت‌های ریاضی و واقعی است. تمرکز این حیطه اساسی بر ایجاد و توسعه درک عددی می‌باشد. منظور از درک عددی، توانایی تصور ذهنی مناسب از اعداد، شناسایی موقعیت‌های واقعی مناسب و مرتبط با اعداد مختلف و کاربرد اعداد در زندگی روزمره است. تمرکز دیگر این حیطه بر درک مفاهیم اعمال و چگونگی ارتباط آن‌ها با یکدیگر و همچنین با مفهوم اعداد است.

#### الگو و تغییر:

منظور از الگو و تغییر، صورت‌بندی، توصیف، پیش‌بینی و مدل‌سازی تغییرات در زمینه‌های واقعی و شبیه‌سازی شده می‌باشد. ارتباطات ریاضیاتی بین متغیرها در قالب الگوها، توابع و مدل‌های ریاضی، مطالعه و به کمک بازنمایی‌های متفاوت (به‌عنوان مثال، جبری، گرافیکی، هندسی و ...) ارائه می‌شود.

#### فضا و شکل:

فضا و شکل، در حالت کلی پدیده‌های فضایی و هندسی و روابط موجود را شامل می‌شود و در نگاه موضوع‌مدار به برنامه درسی، تحت عنوان «هندسه» از آن یاد می‌شود. فضا و شکل، شامل مجموعه‌ای از مفاهیم و فعالیت‌ها نظیر درک منظره‌ها، خواندن نقشه‌ها، تفسیر نماهای سه‌بعدی از زوایای مختلف، ساختن بازنمایی اشکال،

اندازه‌گیری با ابزار مناسب یا به کمک روابط طولی، تخمین زدن و تجسم کردن، محاسبه کردن کمیت‌های فیزیکی، شرح و تصویر و نمایش ویژگی‌ها و روابط بین اشکال دوبعدی و اشیاء سه‌بعدی در جهات و موقعیت‌های مختلف است و حل مسائل در زمینه‌های دوبعدی و سه‌بعدی، تبدیل واحدهای اندازه‌گیری در سیستم متریک و در مقیاس‌های مختلف را در برمی‌گیرد، به‌گونه‌ای که درنهایت دانش‌آموز به درک بهتری از پیرامون خود دست یابد.

### عدم قطعیت:

مفهوم اساسی عدم قطعیت شامل دو خرده مفهوم آمار و احتمال است که هر یک از این دو، بخش وسیع و البته کاربردی از علوم ریاضی را پوشش می‌دهند. امروزه از احتمال در آمار نیز استفاده می‌شود و تقریباً هر تصمیم‌گیری به‌نوعی با علم آمار گره‌خورده است.

نقش روزافزون آمار و احتمال در جهان امروز و نیاز به اطلاعات و توانایی‌های مشخصی در تحلیل داده‌ها در حل مسائل و مشکلات تکنیکی، ایجاب می‌کند که دانش‌آموزان به‌گونه‌ای با مفاهیم و مطالب مربوط به آمار و احتمال آشنا شوند که علاوه بر درگیری‌های مناسب ذهنی و آموختن حجم معینی از مطالب، بتوانند در حل مسائل روزمره شغلی و شخصی خود از آن‌ها استفاده کنند.

در اسناد بالادستی به‌خصوص سند برنامه درسی ملی هم به‌طور صریح و هم غیرمستقیم به مفاهیم و مطالبی اشاره شده که نقش و اهمیت دروس آمار و احتمال را در کتاب‌های درسی روشن می‌سازد.

دروس آمار و احتمال می‌تواند در جهت ارتقاء فهم آماری دانش‌آموزان مؤثر باشد، به‌طوری‌که آن‌ها در جامعه و محیط شهروندی قادر به درک مسائل و موضوعات مرتبط باشند.

## ۲-۱-۴- دامنه محتوایی مهارت‌های اساسی و فرآیندهای اساسی

### حل مسئله:

توانایی و مهارت در حل مسئله و به معنای داشتن استقلال اندیشه، عقل سلیم و نیروی نوآفرینی است. مسئله عبارت است از: «ضرورت جست‌وجوی آگاهانه‌ی وسیله‌ای مناسب، برای رسیدن به هدف که در بدو امر این وسیله غیرقابل دسترس می‌باشد. حل مسئله، به معنای پیدا کردن این وسیله است.» به عبارت دیگر مسئله فعالیتی است که در آن دانش‌آموز، علاقمندان درگیر است و تلاش دارد که راه‌حلی برای آن پیدا کند و وسیله‌ی ریاضی در دسترس و از قبل آماده‌ای که با آن به هدف برسد، ندارد. درواقع حل مسئله درگیر شدن در وظیفه، تکلیف و فعالیتی است که روش حل آن از پیش شناخته شده نیست، به این دلیل برای یافتن راه‌حل، دانش‌آموزان باید آن را از درون دانش خودشان بیرون بکشند و از مسیر این فرآیند آن‌ها اغلب درک و فهم‌های جدید ریاضی را رشد و توسعه خواهند داد. از این منظر حل کردن مسئله‌ها فقط یک هدف یادگیری ریاضی نیست، بلکه یک ابزار و روش اصلی و فراگیر انجام دادن ریاضیات است. در یک تدریس موفق با توجه به شرایط، باید گاه مسئله را به‌عنوان هدف و گاه ابزار در نظر گرفت. درک و فهم مسئله، تلاش برای یافتن طرحی برای حل کردن و استفاده مناسب از راهبردها، بازگشت به عقب، بیان روند

تفکر حل مسئله و بازتاب کردن بر آن و همچنین طرح مسئله از اجزای مهم این فرایند هستند. برخی از راهبردهای حل مسئله که این سند تمرکز ویژه بر آموزش آن در دوره‌های تحصیلی دارد به همراه توصیف هر یک از آنان به شرح زیر است:

۱- **راهبرد رسم شکل:** کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک یا به‌طور کامل آن را حل کند. به‌طوری‌که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست بنابراین باید از ترسیم‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنیم (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶). رسم شکل یک مدل تصویری ملموس از یک موقعیت مجرد فراهم می‌کند. یادگیری دانش‌آموزان را از طریق دیدن و انجام دادن ارضا می‌نماید و کلمات را به تصاویر قابل تشخیص برای ذهن‌های نارس تبدیل می‌کند (کتاب راهنمای معلم ریاضی چهارم دبستان، ۱۳۹۳).

۲- **راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار):** در بعضی مسئله‌ها لازم است همه‌ی حالت‌های ممکن را نوشت. برای اینکه حالتی از قلم نیفتد. لازم است آن‌ها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسیم. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شویم همه‌ی حالت‌ها نوشته‌شده است. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه‌ی جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن نوشته شود از این راهبرد استفاده می‌کنیم (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶). سازمان‌دهی داده‌ها از طریق جدول، کمک می‌کند تا الگویی از دل داده‌ها کشف شود و اطلاعات پنهان در داده‌ها به دست آورده شود (کتاب هنر حل مسئله، ۱۳۸۷).

۳- **راهبرد الگو یابی:** از طریق سازمان‌دهی و تنظیم داده‌ها، الگویی به دست می‌آید که از این طریق مسائل پیچیده در حد الگوها قالب‌بندی می‌شوند و با استفاده از الگو می‌توان به حل مسئله نائل شد. در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می‌شویم. کشف الگو رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی و یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانیم خواسته مسئله را پاسخ دهیم. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها و یا عددها الگو و رابطه‌ی خاصی وجود داشته باشد (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶).

۴- **راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب:** با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانیم حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذاریم تا با حذف آن‌ها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آید. برای پیدا کردن حالت‌های ممکن می‌توانیم از راهبرد الگوسازی استفاده کنیم. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست می‌آوریم. سپس با توجه به شرایط گفته‌شده در مسئله حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶). این راهبرد در درون رده‌ی بزرگی از تنظیم و مرتب کردن داده‌ها و اطلاعات اتفاق می‌افتد، در واقع پس از جمع‌آوری و تنظیم اطلاعات و داده‌های مسئله و احتمالاً تنظیم یک جدول، به حذف امکان‌های معینی می‌پردازیم. برای راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب، استفاده از راهبرد رسم شکل یا تنظیم جدول نظام‌دار بسیار کارآمد است (کتاب هنر حل مسئله، ۱۳۸۷).

۵- **راهبرد حدس و آزمایش:** حدس و آزمایش در فهمیدن مسئله به ما کمک می‌کند و به‌طور شگفت‌انگیزی نقطه شروع حل مسئله را نشان می‌دهد (کتاب هنر حل مسئله، ۱۳۸۷). ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. ما می‌توانیم با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی را حدس بزنیم سپس با توجه به شرایط گفته‌شده در مسئله، حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجه به‌دست‌آمده حدس بعدی را بزنیم تا کم‌کم به پاسخ مسئله نزدیک شویم. باید برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنیم (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶).

۶- **راهبرد زیر مسئله:** مسئله‌ی پیچیده و چندمرحله‌ای را به مسئله ساده و مرحله‌به‌مرحله تبدیل می‌کنیم. فهرستی از این زیر مسئله‌ها را درست کرده سپس به ترتیب به آن‌ها پاسخ می‌دهیم. اگر ترتیب زیر مسئله‌ها را درست تشخیص داده باشیم حل هر زیر مسئله به حل مسئله‌ی بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته‌ی اصلی برسیم (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶).

۷- **راهبرد حل مسئله ساده‌تر:** برای بعضی از مسئله‌ها ابتدا مسئله ساده‌تر و مرتبط با آن را حل می‌کنیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ ساده‌شده جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگو یابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف‌شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶).

۸- **راهبرد روش‌های نمادین:** بسیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. در بعضی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به شکل هندسی و حل هندسی آن نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به شمار می‌رود (کتاب ریاضی پایه هفتم، ۱۳۹۶). تبدیل کردن مسئله به یک تساوی یا عبارت و یا یک شکل نمادین به درک بهتر مسئله کمک می‌کند و راه پیدا کردن جواب را نیز مشخص می‌نماید. نمادها شامل عددها، علامت‌ها و شکل‌های هندسی هستند.

## استدلال:

استدلال و اثبات از جمله مهارت‌هایی هستند که در زندگی روزمره کاربرد دارند و زمینه‌ساز تفکر منطقی در افراد است. فرآیند استدلال و اثبات برای شناخت و انجام فعالیت‌های ریاضی و توسعه‌ی تفکر منطقی ضروری است و هماهنگی بین شواهد، باورها و اندیشه‌ها برای نتیجه‌گیری در مورد آنچه درست است یا صحت دارد، تعریف می‌شود. استدلال ریاضی توانایی تفکر منسجم و منطقی و استنتاج و نتیجه‌گیری از حقایق ریاضی آشنا یا مفروض است. اثبات، یک استدلال ریاضی متشکل از دنباله‌ای منطقی و بهم‌پیوسته از گزاره‌هاست که یک ادعای ریاضی را تأیید یا رد می‌کند. درک ضرورت توجیه کردن، قانع کردن و دلیل آوردن، توانایی توجیه کردن، توانایی بیان استدلال، نوشتن توصیفی استدلال، نمایش نمادین استدلال، بررسی ضعف و قوت انواع استدلال‌ها، بررسی اعتبار استدلال، بررسی درستی یا نادرستی یک نتیجه‌گیری و ابطال کردن از اجزا این فرایند محسوب می‌شود.

## ارتباطات و اتصال‌ها:

وقتی مفاهیم و موضوعات ریاضی به صورت منفک و مجزا به دانش‌آموزان آموزش داده شوند، آن‌ها ریاضیات را گردایه‌ای از مفاهیم، رویه‌ها و مباحث مجزا و نامرتب در نظر می‌گیرند. در این صورت به‌دشواری ممکن است که دانش‌آموزان بتوانند مطالب آموخته‌شده را به مباحث قبلی مرتبط کنند و در نتیجه یادگیری معنی‌دار اتفاق نخواهد افتاد. ساخت شناختی عبارت است از مجموعه‌ای از اطلاعات، مفاهیم، اصول و تعمیم‌های سازمان‌یافته‌ای که فرد قبلاً دریکی از رشته‌های دانش، آموخته است. به‌طور کلی ساخت شناختی بر دانش کلی و عمده فرد در یک زمینه بخصوص علمی و تحصیلی دلالت می‌کند. اگر یادگیرنده بتواند مطالب جدید را به مطالبی که قبلاً

آموخته است مربوط سازد، یادگیری او به نحو معنی دار انجام می‌گیرد، اما اگر اطلاعات جدید را بر اثر تکرار و تمرین حفظ کند، بدون آن که ارتباط آن را با مطالبی که قبلاً آموخته است، بیابد، یادگیری او جنبه طوطی‌وار دارد.

### گفتمان:

منظور از گفتمان ریاضی، سخن گفتن، نوشتن، بحث کردن، سؤال کردن، توضیح دادن، توجیه کردن و استدلال کردن در مورد ایده‌ها و مفاهیم ریاضی است. گفتگوی دانش‌آموزان با معلم و گفتگوی آن‌ها با یکدیگر چه انفرادی و چه به صورت گروهی و توضیح دادن در مورد تفکرات و دفاع از ایده‌های خود و قضاوت و ارزیابی در مورد ایده‌های ریاضی دیگر دانش‌آموزان و همچنین نقد و بررسی راه‌حل‌های یک مسئله در کلاس درس بخش‌های مهمی از فرآیند گفتمان ریاضی به شمار می‌روند. گفتمان ریاضی نوعی هنجار اجتماعی متأثر از فرهنگ حاکم بر کلاس درس ریاضی است. گفتمان ریاضی در واقع؛ گفتن، شنیدن، نوشتن درباره‌ی ریاضی و استدلال کردن ریاضی‌وار به کمک زبان ریاضی است. این هنجار اجتماعی اجازه می‌دهد دانش‌آموز نظر خود را درباره‌ی ریاضی، یادگیری و تدریس آن ابراز کند و همین‌طور عقاید دیگران را بشنود. گفتمان ریاضی می‌تواند به نظم‌بخشی تفکرات ریاضی دانش‌آموزان بیانجامد. در کلاس درس ریاضی که گفتمان ریاضی بر آن حاکم است، دانش‌آموز فرصت پیدا می‌کند، ایده‌های ریاضی خلق کرده و آن‌ها را در کلاس مطرح کند. به همین دلیل دانش‌آموزان در مقام تجزیه و تحلیل و ارزیابی ایده‌های ریاضی ارائه شده از طرف هم‌کلاسی‌های خود قرار می‌گیرند. در این فضا به تدریج دانش‌آموزان قردان دقت و صراحت زبان ریاضی می‌شوند و به مشارکت و همکاری رغبت بیشتری نشان می‌دهند.

### محاسبات عددی، ذهنی و تقریبی:

محاسبات عددی در ریاضی شامل عملیات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. جمع و تفریق، اولین اعمالی هستند که در علم حساب آموزش داده می‌شوند و به دلیل اینکه پایه‌ای برای آموزش مفاهیم دیگر ریاضی می‌باشند، از جایگاه ویژه‌ای در ریاضیات و آموزش ریاضی برخوردارند. عمل ضرب و تقسیم همانند دو عمل جمع و تفریق، اعمالی هستند که رابطه معکوس با یکدیگر دارند و درک هر یک به درک دیگری کمک می‌کند؛ بنابراین این دو عمل را نباید به‌عنوان دو عمل جدا از هم در نظر گرفت و آموزش داد، بلکه بایستی به‌عنوان دو عمل درهم‌تنیده که درک هریک مستلزم درک دیگری و کمک‌کننده به درک دیگری است، در نظر گرفت و آموزش داد. در کنار یادگیری مفاهیم و رویه‌های مربوط به این اعمال، انجام محاسبات ترکیبی با رعایت ترتیب انجام عملیات اهمیت خاصی دارد. هم‌چنین انجام محاسبات در ذهن با به کار بردن استراتژی‌ها و بدون هیچ‌گونه نوشتار در کنار پیدا کردن حاصل عملیات به صورت تقریبی در رویکردهای کاربردی ریاضی جایگاه ویژه‌ای خواهند داشت.

### اندازه‌گیری و استفاده از ابزارها:

اندازه‌گیری، نسبت دادن مقداری عددی به خصیصه‌ای از شیء از یک موقعیت است که محدود به کمی کردن کیفیت‌های فیزیکی نمی‌شود و در توصیف ویژگی‌های رخ داده‌ها و موقعیت‌های مختلف کاربرد دارد. مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری، یکی از مؤلفه‌های اصلی سواد عددی و سواد شهروندی بوده و به یادگیرنده که با به کار بردن

آن در زندگی روزمره کمک می‌کند تا ایده‌ها و مهارت‌های ریاضی فراوان ابداع کنند. اندازه گرفتن را بیرون کشیدن یک جزء با نام یک واحد از یک کل و سپس جابجا کردن این واحد بر باقیمانده آن کل می‌دانند و کودکان در زندگی واقعی خود دارای تجارب اندازه‌گیری متعدد و متنوعی از آن هستند. اندازه‌گیری فرصتی را برای یادگیری و کاربرد (مفاهیم) ریاضیاتی همانند عملیات اعداد، ایده‌های هندسی، مفاهیم آماری و مفهوم تابع فراهم می‌کند هم‌چنین ضمن برجسته کردن ارتباطات درون ریاضیاتی و بین ریاضیاتی، ارتباط ریاضی را با سایر زمینه‌ها و حوزه‌های برنامه درسی خارج از ریاضی همانند مطالعات اجتماعی، علوم، هنر، تربیت‌بدنی نیز بیان می‌کند. نیاز به واحد، استاندارد کردن واحد، نیاز به واحدهای بزرگ‌تر یا کوچک‌تر و تبدیل واحدها، داشتن درک و تصور درست از واحدها، انتخاب واحد مناسب متناسب با موضوع اندازه‌گیری، انتخاب ابزار مناسب، مهارت در استفاده از ابزارها و درک خطاهای اندازه‌گیری از جمله زیر مهارت‌های مهم این قسمت است.

## ۲-۴- شایستگی‌ها، ایده‌های کلیدی، مفاهیم اساسی و خرده مفاهیم حوزه یادگیری ریاضی

شایستگی	ایده کلیدی	مفاهیم اساسی	خرده مفاهیم
با کسب دانش و مهارت‌های ریاضی قادر است روابط و الگوهای حاکم بر نظام خلقت و تغییرات آن را بررسی و نتایج یافته‌های علمی خود را گزارش کند.	دانش ریاضی	اعداد و عملیات	۱- اعداد حسابی ۲- اعداد گویا ۳- اعداد صحیح ۴- اعداد حقیقی ۵- عملیات (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، توان و ریشه)
		الگو و تغییر	۱- الگو ۲- رابطه ۳- تابع ۴- تغییر
		فضا و شکل	۱- شکل ۲- فضا ۳- تبدیل



۴- هندسه تحلیلی			
۱- احتمال ۲- آمار	عدم قطعیت		

۳-۴- شایستگی‌ها، ایده‌های کلیدی، مهارت‌های اساسی و فرآیندهای اساسی و خرده مهارت‌ها و خرده فرآیندها

شایستگی‌ها	ایده کلیدی	مهارت‌های اساسی و فرآیندهای اساسی	خرده مهارت‌ها و خرده فرآیندها
با پرورش تفکر ریاضی بتواند در مواجهه با موقعیت‌های حل مسئله در ریاضیات/ سایر علوم یا زندگی واقعی، راه‌حل ارائه نماید.	تفکر ریاضی	۱- حل مسئله	۱- فهم مسئله و بازگشت به عقب ۲- طرح مسئله ۳- حل مسئله
		۲- استدلال	۱- اثبات ۲- ابطال ۳- بررسی اعتبار
		۳- ارتباطات و اتصال‌ها	۱- ارتباطات و اتصال‌ها
		۴- گفت‌وگو	۱- گفت‌وگو
با کسب مهارت‌ها در به‌کارگیری فناوری درک خود از دانش و مهارت‌های ریاضی را توسعه می‌دهد.	فناوری در ریاضی	۱- اندازه‌گیری	۱- اندازه‌گیری و واحدها ۲- ابزارهای اندازه‌گیری ۳- ابزارهای دیجیتالی
		۲- محاسبات عددی، ذهنی و تقریبی	۱- محاسبات عددی ۲- محاسبات ذهنی ۳- محاسبات تقریبی

#### ۴-۴- مفاهیم اساسی و خرده مفاهیم به همراه استانداردهای محتوایی حوزه یادگیری ریاضی

##### ۴-۴-۱- اعداد و عملیات:

مفاهیم اساسی	خرده مفاهیم	دوره تحصیلی	استاندارد محتوا
اعداد و عملیات	اعداد حسابی	دوره اول ابتدایی	۱- اعداد حسابی و نمایش‌های مختلف آن (تا چهاررقمی) ۲- اعداد مرکب
		دوره دوم ابتدایی	۱- اعداد حسابی و نمایش‌های مختلف آن (تا دوازده‌رقمی) ۲- اعداد مرکب
		دوره اول متوسطه	۱- اعداد طبیعی ۲- اعداد اول و مرکب
	اعداد گویا	دوره دوم متوسطه	۱- خواص اعداد طبیعی (هم‌نهشتی، تقسیم‌پذیری و خواص اعداد اول)* ۲- روش‌های اساسی نمایش (اصل جمع و ضرب، اصل شمول و عدم شمول*، اصل لانه کبوتری*، جایگشت، تبدیل و ترکیب)
		دوره اول ابتدایی	۱- کسر و نمایش‌های مختلف آن (زیر ساختار جزء به کل و اندازه) ۲- واحد، کسرهای کوچک‌تر و مساوی واحد
		دوره دوم ابتدایی	۱- کسر (زیرساختارهای تقسیم، عملگر و نسبت) ۲- کسر بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط ۳- نمایش اعشاری اعداد و ارتباط آن با کسر ۴- خواندن و نوشتن اعداد اعشاری

\*این علامت در کل سند به معنای این است که محتوا و استاندارد مشخص شده توسط این علامت، مختص دانش‌آموزان رشته ریاضی و فیزیک است.

دوره اول متوسطه	۱- کسره‌های مثبت و منفی ۲- نمایش‌های مختلف اعداد گویا و ارتباط بین آن نمایش‌ها	
دوره دوم متوسطه	۱- اعداد گویا	
دوره اول ابتدایی		اعداد صحیح
دوره دوم ابتدایی	۱- اعداد صحیح	
دوره اول متوسطه	۱- اعداد صحیح	
دوره دوم متوسطه		
دوره اول ابتدایی		اعداد حقیقی
دوره دوم ابتدایی		
دوره اول متوسطه	۱- اعداد گنگ (اصم) ۲- اعداد حقیقی ۳- نماد علمی	
دوره دوم متوسطه	۱- اعداد حقیقی ۲- خاصیت‌های اساسی اعداد حقیقی	
دوره اول ابتدایی	۱- جمع و تفریق ۲- ضرب و تقسیم	
دوره دوم ابتدایی	۱- جمع و تفریق ۲- ضرب و تقسیم	عملیات
دوره اول متوسطه	۱- توان و ریشه (دوم و سوم)	
دوره دوم متوسطه	۱- توان و ریشه **	

\*\* این علامت در کل سند به معنای این است که محتوا و استاندارد مشخص شده توسط این علامت، مختص دانش‌آموزان رشته ریاضی و فیزیک و علوم تجربی است.

مفاهیم اساسی	خرده مفاهیم	دوره تحصیلی	استاندارد محتوا
الگو و تغییر	الگو	دوره اول ابتدایی	۱- الگوهای عددی و هندسی (الگوهای تکرارشونده، افزایشی و کاهشی)
		دوره دوم ابتدایی	۱- تعمیم نزدیک، تعمیم دور (شبه تعمیم)
		دوره اول متوسطه	۱- تعمیم نمادین ۲- الگوهای خطی ۳- تعمیم نزدیک الگوهای درجه‌ی دو ساده $(n^2+C)$
		دوره دوم متوسطه	۱- دنباله ۲- دنباله‌های حسابی و هندسی ۳- مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی*
	رابطه	دوره اول ابتدایی	۱- تساوی ۲- کوچک‌تری و بزرگ‌تری ۳- تقسیم ۴- ماشین ورودی و خروجی (جمع و تفریق)
		دوره دوم ابتدایی	۱- ماشین ورودی و خروجی (ضرب و تقسیم) ۲- مقایسه کسرها ۳- مقایسه اعداد صحیح ۴- نسبت و تناسب
		دوره اول متوسطه	۱- معادله (با مجهول یابی) ۲- مقایسه اعداد گویا ۳- عبارتهای جبری ۴- معادله خطی

<p>۵- دستگاه معادلات خطی</p> <p>۶- نامعادله خطی</p> <p>۷- اتحادهای جبری (اتحادهای مجموع و تفاضل دوجمله‌ای، اتحاد مزدوج)</p> <p>۸- تجزیه عبارتهای جبری</p>			
<p>۱- اتحادهای جبری</p> <p>۲- تجزیه عبارتهای جبری</p> <p>۳- عبارتهای گویا</p> <p>۴- معادلات درجه دوم، گویا و گنگ<sup>۱**</sup></p> <p>۵- نامعادلات جبری و گویای درجه دوم<sup>**</sup></p> <p>۶- معادلات مثلثاتی<sup>**</sup></p>	دوره دوم متوسطه		
	دوره اول ابتدایی	تابع	
	دوره دوم ابتدایی		
	دوره اول متوسطه		
<p>۱- تابع و نمایش‌های آن</p> <p>۲- انواع توابع (خطی، ثابت، همانی، درجه دوم، گویا، رادیکالی<sup>**</sup>، قدر مطلق، چند ضابطه‌ای، نمایی، لگاریتمی، جز صحیح و مثلثاتی<sup>**</sup>)</p> <p>۳- خواص توابع (یک‌به‌یک، وارون‌پذیری، پوشا، تناوب)<sup>**</sup></p> <p>۴- اعمال روی توابع</p> <p>۵- ترکیب توابع<sup>**</sup></p>	دوره دوم متوسطه		
<p>۱- تغییر (تغییراتی که به‌سادگی قابل بررسی هستند)</p>	دوره اول ابتدایی	تغییر	
<p>۱- متغیر (با مکان نگهدار)</p> <p>۲- تأثیر دو متغیر بر یکدیگر</p>	دوره دوم ابتدایی		

<sup>۱</sup>. خط کشیدن زیر مفهومی به این معناست که علامت بعد از آن (به‌عنوان مثال <sup>\*\*</sup>) فقط برای این مفهوم است و برای مفاهیم قبل از آن در این خط نیست.

۱- متغیر ۲- تأثیر دو متغیر بر یکدیگر	دوره اول متوسطه		
۱- حد و پیوستگی** ۲- مشتق**	دوره دوم متوسطه		

### ۳-۴-۴- فضا و شکل

مفاهیم اساسی	خرده مفاهیم	دوره تحصیلی	استاندارد محتوا
فضا و شکل	شکل	دوره اول ابتدایی	۱- نقطه، خط، پاره خط، نیم خط، زاویه ۲- چندضلعی‌ها و دایره و اجزای آن ۳- محیط شکل‌های هندسی (مثلث، مربع و مستطیل، چندضلعی‌های منتظم) ۴- مساحت شکل‌های هندسی (مربع و مستطیل) ۵- تطابق (برهم‌نهی شهودی)
		دوره دوم ابتدایی	۱- انواع زاویه (باز، بسته، قائمه، متمم، مکمل، متقابل به رأس) ۲- تعامد و توازی ۳- ارتفاع و نیمساز ۴- محیط و مساحت (مثلث، سایر چهارضلعی‌ها و دایره)
		دوره اول متوسطه	۱- زاویه خارجی یک چندضلعی ۲- خواص توازی ۳- میانه و عمودمنصف ۴- خواص نیمساز و عمودمنصف ۵- زاویه‌های محاطی و مرکزی ۶- مماس ۷- تطابق ۸- خواص چندضلعی‌ها و دایره

	۹- روابط طولی ۱۰- تشابه		
	۱- رسم به کمک خط کش و پرگار** ۲- زاویه ظلّی* ۳- همرسی (عمودمنصف، میانه و...)** ۴- خواص چندضلعی ها و دایره** ۵- روابط طولی** ۶- تشابه** ۷- گراف و ویژگی های آن*	دوره دوم متوسطه	
	۱- اجسام هندسی (مکعب مستطیل، مکعب، استوانه و مخروط)	دوره اول ابتدایی	
	۲- حجم (مکعب و مکعب مستطیل) ۳- گسترده اجسام فضایی (مکعب و استوانه)	دوره دوم ابتدایی	
	۱- مساحت (مکعب، کره، استوانه و منشور) ۲- حجم (کره، مخروط، استوانه، هرم و منشور) ۳- گسترده اجسام فضایی (مکعب مستطیل) ۴- دوران حول محور (مستطیل، مثلث قائم الزاویه، دایره و نیم دایره)	دوره اول متوسطه	فضا
	۱- حالت های مختلف دو خط، خط و صفحه، دو صفحه در فضا* ۲- تعامد (خط و صفحه و دو صفحه)* ۳- دوران حول محور (دو خط موازی و متقاطع و...) * ۴- سطح مقطع** ۵- اجسام فضایی و نماهای مختلف آن** ۶- گسترده اجسام فضایی (مکعب)*	دوره دوم متوسطه	
	۱- بازتاب محوری و شکل های متقارن	دوره اول ابتدایی	تبدیل

<p>۱- بازتاب محوری ۲- انتقال ۳- چرخش</p>	<p>دوره دوم ابتدایی</p>		
<p>۱- بازتاب مرکزی ۲- بازتاب چرخشی ۳- انتقال ۴- دوران</p>	<p>دوره اول متوسطه</p>		
<p>۱- مفهوم نگاشت و تبدیل* ۲- بازتاب* ۳- انتقال* ۴- دوران* ۵- تجانس* ۶- ترکیب تبدیل‌ها* ۷- ماتریس (۳×۳)**</p>	<p>دوره دوم متوسطه</p>		
<p>۱- محور اعداد</p>	<p>دوره اول ابتدایی</p>		
<p>۱- محور اعداد ۲- ناحیه اول دستگاه مختصات ۳- مفهوم فاصله (دونقطه و نقطه از خط و دو خط)</p>	<p>دوره دوم ابتدایی</p>		
<p>۱- طول پاره خط در فضای یک بعدی ۲- دستگاه مختصات دکارتی ۳- بردار ۴- معادله خط در صفحه ۵- دستگاه معادلات خطی ۶- تقاطع دو خط</p>	<p>دوره اول متوسطه</p>	<p>هندسه تحلیلی</p>	



۱- فاصله (دونقطه و نقطه از خط) ** ۲- مختصات نقطه در فضای سه‌بعدی ** ۳- طول پاره‌خط در فضای دوبعدی و سه‌بعدی ** ۴- مکان هندسی، دایره و معادله آن ** ۵- دستگاه معادلات خطی ** ۶- ضرب داخلی * ۷- ضرب خارجی * ۸- معادلات خط و صفحه در فضا* ۹- بردارهای هم خط و هم صفحه* ۱۰- توازی و تعامد خطوط و صفحات (از روی معادله‌ها) * ۱۱- فاصله در فضا (نقطه از خط، خط و صفحه، دو صفحه) *	دوره دوم متوسطه		
---	-----------------	--	--

۴-۴-۴- عدم قطعیت:

استاندارد محتوا	دوره تحصیلی	خرده مفاهیم	مفاهیم اساسی
۱- داده‌های آماری، جمع‌آوری، ثبت و نمایش داده‌ها (نمودارهای تصویری و میله‌ای)	دوره اول ابتدایی	آمار	عدم قطعیت
۱- داده‌ها ۲- نمایش داده‌ها (جدول و نمودارهای ستونی/خط شکسته/دایره‌ای/تصویری) ۳- فراوانی ۴- میانگین	دوره دوم ابتدایی		
۱- داده‌های آماری ۲- جدول فراوانی ۳- شاخص‌های مرکزی	دوره اول متوسطه		
۱- علم آمار	دوره دوم متوسطه		

<p>۱- جامعه و نمونه  ۲- متغیر و انواع آن‌ها  ۳- شاخص‌های مرکزی و پراکندگی  ۴- شاخص‌های اقتصادی و اجتماعی  ۵- سرشماری و نمونه‌گیری  ۶- پیش‌بینی</p>			
<p>۱- قطعیت و عدم قطعیت  ۲- پدیده‌های قطعی و غیرقطعی</p>	دوره اول ابتدایی	احتمال	
<p>۱- پدیده‌های قطعی و غیرقطعی  ۲- احتمال تجربی</p>	دوره دوم ابتدایی		
<p>۱- احتمال ریاضی  ۲- پیشامدهای هم شانس  ۳- آزمایش‌های تصادفی و فضای نمونه‌ای  ۴- مجموعه و نمایش‌های مختلف آن و اعمال بین مجموعه‌ها (اجتماع، اشتراک و تفاضل)</p>	دوره اول متوسطه		
<p>۱- جبر گزاره‌ها (گزاره و نقیض آن، ترکیب گزاره‌ها شامل ترکیب عطفی، فصلی، شرطی و دو شرطی و جدول ارزش گزاره‌ها***) ، سورها و گزاره‌های سوری*)  ۲- جبر مجموعه‌ها و عمل ضرب دکارتی*  ۳- پیشامدهای غیر هم شانس*  ۴- پیشامدهای مستقل و وابسته**  ۵- احتمال شرطی**  ۶- قوانین احتمال</p>	دوره دوم متوسطه		

\*\*\* این علامت در کل سند به معنای این است که محتوا و استاندارد مشخص شده توسط این علامت، مختص دانش‌آموزان رشته ریاضی و فیزیک و علوم انسانی است.

۴-۵- مهارت‌های اساسی و فرآیندهای اساسی و خرده مهارت‌ها و خرده فرآیندها به همراه استانداردهای محتوایی حوزه یادگیری ریاضی

۴-۵-۱- حل مسئله:

استاندارد محتوا	دوره تحصیلی	خرده مهارت و خرده فرآیند	مهارت اساسی و فرآیند اساسی
۱- مهارت خواندن مسئله و بازگو کردن آن ۲- تشخیص خبر از مسئله ۳- تشخیص داده و خواسته و داده اضافه یا کم ۴- خلاصه کردن مسئله ۵- به نمایش درآوردن مسئله ۶- بررسی پاسخ مسئله و خواسته مسئله	دوره اول ابتدایی		حل مسئله
۱- تشخیص شرایط خاص یک مسئله ۲- تشخیص منطقی بودن پاسخ مسئله ۳- پیدا کردن پاسخ از طریق دیگر ۴- بررسی و چک کردن مراحل حل و پاسخ به دست آمده	دوره دوم ابتدایی	فهم مسئله و بازگشت به عقب	
۱- تبدیل مسئله به عبارت نمادین و معادله جبری ۲- تبدیل مسئله به شکل‌های هندسی ۳- تشخیص فرض و حکم و نوشتن نمادین آن‌ها ۴- بررسی رابطه بین فرض و حکم ۵- تغییر پاسخ مسئله در شرایط واقعی	دوره اول متوسطه		
۱- تشخیص مسئله در شرایط خاص و حدی	دوره دوم متوسطه		

<p>۱- توصیف یک موقعیت</p> <p>۲- تشخیص رابطه بین اجزاء موقعیت</p> <p>۳- تغییر و کامل کردن مسئله ساختاریافته<sup>۱</sup></p> <p>۴- تغییر در داده‌ها - خواسته‌ها و موقعیت</p> <p>۵- کامل کردن مسئله نیمه ساختاریافته<sup>۲</sup></p>	دوره اول ابتدایی	طرح مسئله	
<p>۱- کامل کردن مسئله نیمه ساختاریافته</p> <p>۲- اضافه کردن داده - خواسته - شرط</p> <p>۳- طرح یک مسئله</p>	دوره دوم ابتدایی		
<p>۱- طرح یک مسئله بر اساس ایده‌های جدید</p> <p>۲- طرح یک مسئله آزاد<sup>۳</sup></p> <p>۳- تبدیل مسئله به شرایط حدی و خاص</p>	دوره اول متوسطه		
<p>۱- مدل‌سازی هندسی مسائل واقعی</p> <p>۲- مدل‌سازی جبری مسائل واقعی</p>	دوره دوم متوسطه		
<p>۱- راهبرد استفاده از مدل و رسم شکل</p> <p>۲- راهبرد الگو یابی</p>	دوره اول ابتدایی	حل مسئله	
<p>۱- راهبرد زیر مسئله</p> <p>۲- راهبرد حدس و آزمایش</p> <p>۳- راهبرد حل مسئله ساده‌تر</p> <p>۴- استفاده از تقارن</p>	دوره دوم ابتدایی		
<p>۱- راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)</p> <p>۲- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب</p>	دوره اول متوسطه		

<sup>۱</sup>. طرح مسئله ساختاریافته به طرح مسئله از طریق صورت‌بندی مجدد مسائل از قبل حل‌شده، تغییر شرایط مسئله و پرسش از مسئله داده‌شده گفته می‌شود (استویانوا و الرتن، ۱۹۹۶).

<sup>۲</sup>. موقعیت نیمه ساختاریافته به موقعیت یا مسئله نیمه‌تمام گفته می‌شود (استویانوا و الرتن، ۱۹۹۶).

<sup>۳</sup>. مسئله‌ای است که در آن دانش‌آموز برای یک وضعیت واقعی یا زمینه مدار طرح می‌کند (استویانوا و الرتن، ۱۹۹۶).

۳- راهبرد نمادین کردن (تشکیل معادله) ۴- حل مسئله مشابه یا معادل			
۱- به کار بردن راهبردها در حل مسئله برای درک و یادگیری مفاهیم تازه ریاضی ۲- راهبرد حل مسئله در حالت خاص	دوره دوم متوسطه		

۲-۵-۴- استدلال:

استاندارد محتوا	دوره تحصیلی	خرده مهارت و خرده فرآیند	مهارت اساسی و فرآیند اساسی
۱- مشاهده و توجه کردن ۲- درک حقایق و رابطه بین دو چیز ۳- جمع‌آوری شواهد ۴- حدسیه سازی	دوره اول ابتدایی	اثبات	استدلال
۱- حدس زدن و نتیجه‌گیری از حقایق ۲- ارزیابی و بررسی درستی یا نادرستی حدس ۳- نتیجه‌گیری و استدلال استقرایی	دوره دوم ابتدایی		
۱- فرضیه‌سازی ۲- ارزیابی فرضیه ۳- تصحیح فرضیه ۴- نتیجه‌گیری و استدلال استنتاجی به فارسی و نمادین ۵- تشخیص و نوشتن فرض و حکم به‌صورت فارسی و نمادین ۶- قیاس کردن ۷- برقراری رابطه بین فرض و حکم ۸- استدلال جبری	دوره اول متوسطه		

<p>۱- به کار بردن استدلال استنتاجی</p> <p>۲- ارائه استدلال استنتاجی به صورت‌های مختلف</p> <p>۳- تشخیص رابطه بین تعریف و خاصیت</p> <p>۴- تشخیص تفاوت اصل، تعریف، قرارداد و قضیه</p> <p>۵- درک رابطه‌های دوطرفه (قضیه و عکس قضیه)</p> <p>۶- توجه به ترتیب و تقدم نتیجه‌گیری‌ها در استدلال‌های استنتاجی</p> <p>۷- استقرار ریاضی</p> <p>۸- برهان خلف</p>	<p>دوره دوم متوسطه</p>		
<p>۱- جمع‌آوری شواهد</p> <p>۲- حدس زدن درستی یا نادرستی</p> <p>۳- بیان و ارائه شواهد برای رد کردن</p>	<p>دوره اول ابتدایی</p>	<p>ابطال</p>	
<p>۱- مثال زدن در شرایط خاص و حدی مسئله‌ها</p>	<p>دوره دوم ابتدایی</p>		
<p>۱- بیان مثال نقض</p> <p>۲- بررسی حالت‌های خاص و شرایط حدی مسئله‌ها</p>	<p>دوره اول متوسطه</p>		
<p>۱- پیدا کردن مثال نقض در اثبات‌ها یا حالت‌های خاص</p>	<p>دوره دوم متوسطه</p>		
<p>۱- تشخیص همیشه درست بودن و بعضی مواقع درست بودن</p> <p>۲- تشخیص تفاوت قطعیت و عدم قطعیت</p>	<p>دوره اول ابتدایی</p>		
<p>۱- جمع‌آوری شواهد برای بررسی درستی یا نادرستی یک فرضیه یا حدس</p>	<p>دوره دوم ابتدایی</p>	<p>بررسی اعتبار</p>	
<p>۱- بررسی اعتبار استدلال</p> <p>۲- درجه‌بندی اعتبار استدلال‌های شهودی و استقرایی و قیاسی و استنتاجی</p>	<p>دوره اول متوسطه</p>		
<p>۱- انتخاب روش مناسب استدلال و بررسی قوت و ضعف یک استدلال</p>	<p>دوره دوم متوسطه</p>		

استاندارد محتوا	دوره تحصیلی	خرده مهارت و خرده فرآیند	مهارت اساسی و فرآیند اساسی
۱- مشاهده پدیده‌ها ۲- شناسایی رابطه بین دو موضوع ۳- تشخیص جزء از کل ۴- تشخیص رابطه کل با جزء ۵- تشخیص الگو و رابطه ۶- تشخیص رابطه علت و معلولی	دوره اول ابتدایی	ارتباطات و اتصال‌ها	ارتباطات و اتصال‌ها
۱- تشخیص برخی از ارتباطات درون ریاضی ۲- تشخیص برخی از ارتباطات بیرون ریاضی ۳- حرکت از روابط جزئی‌تر به روابط کلی‌تر در حل مسئله ۴- دستیابی به مفهوم و برقراری ارتباط با مفاهیم قبلی ۵- برقراری رابطه بین کل و اجزاء آن	دوره دوم ابتدایی		
۱- استخراج ایده‌های ریاضی از طبیعت و سایر علوم ۲- به‌کارگیری ایده‌های ریاضی در حل مسئله ۳- تشخیص اجزاء مختلف ریاضی به‌عنوان کل واحد ۴- برقراری ارتباط بین روش‌ها و راهبردها ۵- توانایی تفکر ریاضی‌وار	دوره اول متوسطه		
۱- استفاده از رابطه‌های موجود در طبیعت در ساخت موقعیت‌ها یا مسئله‌های جدید ۲- تشخیص روابط تازه ۳- تشخیص سودمندی ریاضی در درک حقایق ۴- تشخیص نظم موجود در خلقت و آفرینش	دوره دوم متوسطه		

استاندارد محتوا	دوره تحصیلی	خرده مهارت و خرده فرآیند	مهارت اساسی و فرآیند اساسی
<p>۱- حرف زدن در مورد یک موضوع یا یک موقعیت</p> <p>۲- گوش کردن به یک موضوع ریاضی</p> <p>۳- بیان یک ایده و یا راه حل</p> <p>۴- شنیدن ایده‌های دیگران</p> <p>۵- توضیح دادن در مورد یک روش حل</p> <p>۶- بلندبلند فکر کردن و بازگو کردن فرآیند حل</p> <p>۷- استدلال‌های شفاهی ساده و توجیه کردن</p> <p>۸- گفتگو در گروه‌های دونفره</p> <p>۹- استفاده از نمادها و واژه‌ها و اصطلاحات علمی</p>	دوره اول ابتدایی	گفتمان	گفتمان
<p>۱- به اشتراک گذاشتن ایده‌ها</p> <p>۲- پاسخ دادن به اشکالات دیگران</p> <p>۳- گفتگو در گروه‌های سه نفره</p> <p>۴- بررسی درستی یا نادرستی ایده دیگران</p> <p>۱- استدلال شفاهی و کلامی</p> <p>۲- نوشتن توصیفی استدلال و راه حل</p>	دوره دوم ابتدایی		
<p>۱- بحث کردن در مورد روش‌ها و ایده‌های حل مسئله</p> <p>۲- نقد و بررسی یک ایده</p> <p>۳- بیان ایده‌ها و سازمان‌دهی آن</p> <p>۴- بیان نمادین استدلال‌ها</p>	دوره اول متوسطه		



۱- بازتاب کردن در مورد ایده‌های مختلف ۲- تجزیه و تحلیل راه‌حل‌ها ۳- قضاوت ارزشیابی در مورد ایده‌های ریاضی ۴- ترمیم ایده‌ها ۵- ساماندهی و تثبیت ایده‌ها ۶- خلق و پالایش ایده‌ها ۷- سازمان‌دهی منطقی	دوره دوم متوسطه		
--	-----------------	--	--

۵-۵-۴- محاسبات عددی، ذهنی و تقریبی:

استاندارد محتوا	دوره تحصیلی	خرده مهارت و خرده فرآیند	مهارت اساسی و فرآیند اساسی
۱- توانایی انجام رویه‌های محاسباتی ۲- توضیح روش انجام محاسبه ۳- به کار بردن رویه‌ها در حل مسئله و الگوریتم ۴- طرح مسئله نیمه ساختاریافته عددی ۵- به کار بردن بعضی از خاصیت‌های عمل ضرب و جمع	دوره اول ابتدایی	محاسبات عددی	محاسبات عددی، ذهنی و تقریبی
۱- بیان خاصیت‌های عمل جمع و ضرب با مثال ۲- به کار بردن خاصیت‌ها در محاسبات عددی	دوره دوم ابتدایی		
۱- توجیه کردن روش‌های محاسبه به صورت جبری ۲- به کار بردن محاسبات عددی در عملیات جبری ۳- بیان خاصیت‌های هر عمل به صورت نمادین ۴- برقراری رابطه بین اعمال ریاضی	دوره اول متوسطه		

۵- انجام عملیات ترکیبی و رعایت ترتیب انجام عملیات			
۱- به کار بردن محاسبات در رابطه‌های مختلف جبری و مثلثاتی و سایر علوم ریاضی	دوره دوم متوسطه		
۱- توانایی انجام محاسبه ذهنی ساده ۲- توانایی به خاطر سپردن و به یادآوردن محاسبات ساده ۳- به کار بردن استراتژی در محاسبه ذهنی ۴- توضیح کلامی استراتژی‌ها	دوره اول ابتدایی	محاسبات ذهنی	
۱- نوشتن استراتژی‌های محاسبه به زبان فارسی	دوره دوم ابتدایی		
۱- ارائه استراتژی‌های محاسبات ذهنی به صورت جبری ۲- توجیه کردن و استدلال کردن در مورد روش‌های محاسبه	دوره اول متوسطه		
۱- به کار بردن محاسبات ذهنی در عملیات مرتبط	دوره دوم متوسطه		
۱- پیدا کردن مقدار تقریبی یک عدد ۲- انجام محاسبات با مقدارهای تقریبی عددها	دوره اول ابتدایی	محاسبات تقریبی	
۱- پیدا کردن مقدار تقریبی به دو روش قطع کردن و گرد کردن ۲- درک معنای خطا و محاسبه‌ی آن ۳- به کار بردن بعضی از روش‌های کاهش خطا	دوره دوم ابتدایی		
۱- به کار بردن بعضی از روش‌های کاهش خطای محاسبه ۲- توجیه جبری و نمادین خطای محاسبه	دوره اول متوسطه		
۱- توجیه جبری روش‌های کاهش خطا در موضوعات مختلف	دوره دوم متوسطه		

۶-۵-۴- اندازه‌گیری و استفاده از ابزارها:

استاندارد محتوا	دوره تحصیلی	خرده مهارت و خرده فرآیند	مهارت اساسی و فرآیند اساسی
-----------------	-------------	-----------------------------------	-------------------------------

اندازه‌گیری و استفاده از ابزارها	اندازه‌گیری و واحدها	دوره اول ابتدایی	۱- تشخیص تمایز کمیت موردنظر ۲- بیان مصداق و شواهد برای کمیت ۳- مقایسه دو مقدار به کمک حواس ۴- استفاده از واحدهای غیراستاندارد ۵- انتخاب واحد استاندارد ۶- تبدیل واحدها	
		دوره دوم ابتدایی	۱- کسب مهارت و استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری ۲- بیان مصداق برای واحد و داشتن درک درست از آن‌ها ۳- انتخاب واحد مناسب برای اندازه‌گیری ۴- استفاده از روابط محاسبه اندازه‌گیری طول و سطح و حجم ۵- حل مسئله‌های مربوط به اندازه‌گیری	
		دوره اول متوسطه	۱- برقراری رابطه بین اندازه‌ها و مقدارهای تقریبی عددها ۲- بیان جبری فرمول‌های اندازه‌گیری و به کار بردن آن‌ها	
		دوره دوم متوسطه	۱- تشخیص دیمانسیون کمیت‌ها ۲- مقایسه‌ی واحدهای کمیت‌ها ۳- تبدیل واحدهای متغیرهای ریاضی و سایر علوم	
		ابزارهای اندازه‌گیری	دوره اول ابتدایی	۱- استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری
			دوره دوم ابتدایی	۱- انتخاب ابزار مناسب اندازه‌گیری
	دوره اول متوسطه		۱- تشخیص دقت ابزارهای اندازه‌گیری و محاسبه خط ۲- روش‌های کاهش خطای انسانی استفاده از ابزار	
	دوره دوم متوسطه			
	ابزارهای دیجیتال	دوره اول ابتدایی	۱- خواندن و نوشتن عددهای انگلیسی و دیجیتالی ۲- استفاده از ماشین حساب برای محاسبات ساده در حل مسئله	
		دوره دوم ابتدایی	۱- تشخیص زمان مناسب برای استفاده از ماشین حساب ۲- استفاده از ماشین حساب برای درک بعضی از مفاهیم و قواعد	
دوره اول متوسطه		۱- استفاده از ماشین حساب برای اندازه‌گیری موضوعات و حل مسئله‌ها		

۲- استفاده از نرم افزارهای ترسیم‌های هندسی ۳- انتخاب نرم افزار مناسب			
۱- به کار بردن ماشین حساب در محاسبات آمار ۲- استفاده از نرم افزارهای آماری ۳- استفاده از نرم افزارهای دینامیکی	دوره دوم متوسطه		

۴-۶- مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی حوزه یادگیری ریاضی به تفکیک دوره‌ها

۴-۶-۱- مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی دوره اول ابتدایی (پایه‌های ۱ تا ۳)

دوره اول ابتدایی (پایه‌های ۱ تا ۳)			
استاندارد عملکرد	استاندارد محتوا	خرده مفاهیم	مفاهیم اساسی
۱- از اعداد حسابی (تا چهاررقمی) در موقعیت‌های واقعی استفاده می‌کنند و آن‌ها را با نمایش‌های مختلف اعداد و نیز دیجیتالی و انگلیسی بیان می‌کنند. ۲- با تشخیص خبر از مسئله، مسائل مرتبط با اعداد حسابی (چهاررقمی) را می‌خوانند و به زبان خود بیان می‌کنند. ۳- با مشاهده و توجه کردن به موقعیت‌های واقعی مرتبط با اعداد حسابی و اعداد مرکب، روابط بین اجزاء را توصیف و مسائل مربوط به آن موقعیت‌ها را حل می‌کنند. ۴- از راهبرد رسم شکل برای حل مسائل استفاده می‌کنند. ۵- می‌توانند مقدار تقریبی اعداد را به دست آورده و بر اساس آن محاسبات تقریبی را انجام دهند.	۱- اعداد حسابی و نمایش‌های مختلف آن (تا چهاررقمی) ۲- اعداد مرکب	۱- اعداد حسابی	اعداد و عملیات

<p>۱- موقعیت‌های واقعی مرتبط با مفهوم کسر را با استفاده از نمایش‌های مختلف کسر توصیف کنند و محاسبات ذهنی ساده مرتبط با کسر را انجام دهند.</p> <p>۲- می‌توانند روابط بین اجزاء مرتبط با موقعیت‌های مرتبط با کسر را کشف کنند و از راهبرد رسم شکل برای حل مسائل مرتبط استفاده کنند.</p> <p>۳- با تغییر در داده‌ها، خواسته‌ها و موقعیت، مسائل ساختاریافته و نیمه ساختاریافته مرتبط با کسر را تغییر و کامل کنند.</p>	<p>۱- کسر و نمایش‌های مختلف آن (زیر ساختار جزء به کل و اندازه)</p> <p>۲- واحد، کسرهای کوچک‌تر و مساوی واحد</p>	<p>۲- اعداد گویا</p>	
<p>۱- با بررسی روابط بین اجزاء مختلف، موقعیت‌های مرتبط با اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را شناسایی کرده و به صورت کلامی و نوشتاری توصیف می‌کنند.</p> <p>۲- با تشخیص خبر از مسئله، مسائل را به زبان خود بازگو می‌کنند. اطلاعات اضافی و ناقص را مشخص می‌کنند و اطلاعات مسئله را به نمایش درمی‌آورند.</p> <p>۳- با استفاده از راهبرد رسم شکل، مسائل مرتبط با اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را حل می‌کنند و بر راه‌حل خود بازبینی می‌کنند.</p> <p>۴- راه‌حل خود را به صورت مستدل بیان می‌کنند و از آن دفاع می‌کنند. راه‌حل‌ها و ایده‌های دیگران را موردنقد و بررسی قرار می‌دهند.</p> <p>۵- از رویه‌ها و الگوریتم‌های محاسباتی مرتبط با این اعمال و خواص آن‌ها و همچنین از ماشین حساب در حل مسائل استفاده می‌کنند.</p> <p>۶- محاسبات ذهنی را با استفاده از روش‌های مختلف انجام می‌دهند و آن را به صورت کلامی توضیح می‌دهند.</p> <p>۷- می‌توانند مسائل ساختاریافته را با تغییر داده‌ها، خواسته‌ها و موقعیت، بدون حل، کامل یا تغییر دهند.</p>	<p>۱- جمع و تفریق</p> <p>۲- ضرب و تقسیم</p>	<p>۳- عملیات</p>	

<p>۱- می‌توانند در مورد نظم موجود در الگوهای محیط پیرامونی خود با دیگران صحبت کنند.</p> <p>۲- می‌توانند رابطه‌ی بین اجزاء الگو را بیان نمایند.</p> <p>۳- الگوهای غیرخطی هندسی را تعمیم نزدیک<sup>۱</sup> می‌دهند.</p>	<p>۱- الگوهای عددی و هندسی (الگوهای تکرارشونده، افزایشی و کاهش)</p>	<p>۱- الگو</p>	
<p>۱- می‌توانند با استفاده از تجسم و استدلال شهودی، رابطه تساوی یا عدم تساوی (ازلحاظ کمتری یا بیشتری) بین دو مجموعه از اشیاء را تشخیص دهند و این روابط را با نمادهای ریاضی نشان داده و در مورد راه‌حل‌ها و ایده‌های خود با دیگران گفت‌وگو کنند.</p> <p>۲- می‌توانند رابطه‌ی بین اعداد و حاصل عملیات جمع و تفریق بر روی آن‌ها را با استفاده از ماشین ورودی و خروجی تشخیص داده و این عملیات را انجام دهند.</p>	<p>۱- تساوی ۲- کوچک‌تری و بزرگ‌تری ۳- تقسیم ۴- ماشین ورودی و خروجی (جمع و تفریق)</p>	<p>۲- رابطه</p>	<p>الگو و تغییر</p>
<p>۱- می‌توانند با مشاهده‌ی پدیده‌ها و با استفاده از استدلال شهودی، تغییرات کیفی و کمی مربوط به آن‌ها را بیان نموده و به زبان ریاضی (اعداد و نمادها) توصیف کنند.</p>	<p>۱- تغییر (تغییراتی که به سادگی قابل بررسی هستند)</p>	<p>۳- تغییر</p>	
<p>۱- می‌توانند به کمک خط‌کش، خط، نیم‌خط و پاره‌خط و زاویه را نمایش دهند و ضمن بیان ضرورت واحدهای استاندارد به زبان خود و بیان تفاوت واحدهای استاندارد و غیراستاندارد پاره‌خط را اندازه‌گیری کنند، اندازه آن را با واحد مناسب معرفی کنند و در صورت لزوم واحدها را به یکدیگر تبدیل کنند.</p> <p>۲- می‌توانند علاوه بر اندازه‌گیری با ابزار مناسب، با مشاهده و توجه به محیط خود، برای اندازه‌ی داده‌شده، مصداق یا کمیت مناسبی را تخمین زده و معرفی کنند.</p> <p>۳- به کمک مفاهیم نقطه و پاره‌خط انواع چندضلعی‌ها و همچنین دایره را از هم تمیز می‌دهند، با مشاهده محیط اطراف، اشکال هندسی را معرفی می‌کنند و با تشخیص رابطه کل با جزء، اجزاء هر شکل را مشخص کند.</p> <p>۳- با تمایز قائل شدن بین مفهوم محیط و مساحت، می‌تواند مساحت مربع، مستطیل</p>	<p>۱- نقطه، خط، پاره‌خط، نیم‌خط، زاویه ۲- چندضلعی‌ها و دایره و اجزای آن ۳- محیط شکل‌های هندسی (مثلث، مربع و مستطیل، چندضلعی‌های منتظم) ۴- مساحت شکل‌های هندسی (مربع و مستطیل)</p>	<p>۱- شکل</p>	<p>فضا و شکل</p>

<sup>۱</sup> منظور از تعمیم نزدیک، به دست آوردن جمله بعدی یا حداکثر ۳ تا ۴ جمله بعدی الگو است.

<p>و محیط چندضلعی‌های پیرامون خود را محاسبه کند، روش انجام محاسبه را توضیح دهد و در محاسبه‌ی مساحت شکل‌های ترکیبی از راهبردهای حل مسئله مثل رسم شکل استفاده کنند.</p> <p>۴- به کمک ابزار مناسب به‌طور شهودی مفهوم تطابق را نمایش می‌دهند و در مورد آن با دوستان خود گفتگو می‌کنند.</p>	<p>۵- تطابق (برهم‌نهی شهودی)</p>		
<p>۱- با مشاهده و توجه به محیط پیرامون خود، انواع اجسام هندسی سه‌بعدی را از هم تمیز می‌دهند و به آن‌ها اشاره می‌کنند.</p>	<p>۱- اجسام هندسی (مکعب مستطیل، مکعب، استوانه و مخروط)</p>	<p>۲- فضا</p>	
<p>۱- با مشاهده‌ی اطراف، به اشکال متقارن اشاره می‌کنند و به کمک رنگ‌آمیزی یا وصل کردن دونیمه‌ی مثل هم مفهوم بازتاب را بازنمایی می‌کنند و می‌توانند با تمایز قائل شدن بین خط بازتاب افقی و عمودی، به کمک ابزار مناسب نظیر خط‌کش و شابلون، شکل‌های متقارن بسازند و قرینه‌ی اشکال ساده را نسبت به خط بازتاب آن شکل رسم کنند.</p>	<p>۱- بازتاب محوری و شکل‌های متقارن</p>	<p>۳- تبدیل</p>	
<p>۱- با شناخت محور اعداد بتواند جایگاه اعداد را مشخص نماید.</p>	<p>۱- محور اعداد</p>	<p>۴- هندسه تحلیلی</p>	
<p>۱- می‌توانند مهارت شمارش داده‌ها را با استفاده از روش خط نشان در مثال‌های مختلف انجام دهند.</p> <p>۲- می‌توانند مثال‌هایی از اعداد و ارقام در زندگی روزمره خود ارائه نمایند و راجع به آن‌ها با هم‌کلاسی‌های خود گفتگو کنند.</p> <p>۳- می‌توانند پس از جمع‌آوری داده‌ها آن‌ها را در جدول ثبت و با استفاده از نمودار، داده‌ها را نمایش دهند.</p>	<p>۱- داده‌های آماری، جمع‌آوری، ثبت و نمایش داده‌ها (نمودارهای تصویری و میله‌ای)</p>	<p>۱- آمار</p>	<p>عدم قطعیت</p>
<p>۱- می‌توانند مثال‌هایی از پدیده‌های قطعی و غیرقطعی بیان کرده و درباره آن گفت‌وگو کنند.</p>	<p>۱- قطعیت و عدم قطعیت ۲- پدیده‌های قطعی و غیرقطعی</p>	<p>۲- احتمال</p>	

دوره دوم ابتدایی (پایه‌های ۴ تا ۶)			
مفاهیم اساسی	خرده مفاهیم	استاندارد محتوا	استاندارد عملکرد
اعداد و عملیات	۱- اعداد حسابی	۱- اعداد حسابی و نمایش‌های مختلف آن (تا دوازده‌رقمی) ۲- اعداد مرکب	۱- از اعداد حسابی (تا دوازده‌رقمی) در موقعیت‌های واقعی استفاده می‌کنند و آن موقعیت‌ها را با نمایش‌های مختلف اعداد بیان می‌کنند. ۲- با برقراری ارتباط بین اعداد و دنیای واقعی و توصیف شرایط، مسائل روزمره را با استفاده از راهبردهای زیر مسئله، حدس و آزمایش، الگو یابی و حل مسئله ساده‌تر حل می‌کنند. ۳- با استفاده از اعداد مرکب، موقعیت‌های واقعی مرتبط با این اعداد را شناسایی کرده و با بیان روابط بین اجزاء، آن را توصیف می‌کنند. ۴- با تغییر داده‌ها، خواسته‌ها و شرط مسائل ساختاریافته و نیمه ساختاریافته مرتبط با اعداد حسابی و مرکب طرح و آن‌ها را حل می‌کنند. ۵- با توضیح شفاهی و نوشتن توصیفی، به‌طور مستدل راه‌حل‌های خود را توضیح می‌دهند. درستی و نادرستی راه‌حل‌های دیگران را مشخص می‌کنند و راه‌حل‌های ناقص را کامل می‌کنند. ۶- می‌توانند مقدار تقریبی اعداد را به دو روش قطع کردن و گرد کردن به دست آورند و میزان خطا را مشخص کنند.
	۲- اعداد گویا	۱- کسر (زیرساختارهای تقسیم، عملگر و نسبت) ۲- کسر بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط ۳- نمایش اعشاری اعداد و	۱- موقعیت‌های واقعی مرتبط با کسر از جمله اندازه‌گیری را با بررسی اجزاء آن‌ها شناسایی کرده و با استفاده از نمایش‌های مختلف کسر توصیف کنند. ۲- می‌توانند از راهبردهای زیر مسئله، حدس و آزمایش، الگو یابی و حل مسئله‌ی ساده‌تر برای حل مسائل مرتبط با کسر استفاده کنند. ۳- با تغییر در داده‌ها، خواسته‌ها، شرط‌ها و موقعیت، مسائل ساختاریافته و نیمه



<p>ساختاریافته مرتبط با کسر طرح و حل می‌کنند.</p> <p>۴- با استفاده از ویژگی‌های موقعیت‌های واقعی، به‌صورت منعطف در استفاده از نمایش‌های مختلف کسر راه‌گزینی می‌کنند.</p> <p>۵- می‌توانند بر اساس شرایط داده‌شده، تقریب مناسبی از کسرها داشته و از آن‌ها در محاسبات تقریبی و ذهنی استفاده کنند.</p> <p>۶- در حل مسائل مرتبط با کسر، با توضیح شفاهی و نوشتن توصیفی، به‌طور مستدل راه‌حل خود را توضیح می‌دهند و راه‌حل‌های دیگران را موردنقد قرار می‌دهند.</p>	<p>ارتباط آن با کسر</p> <p>۴- خواندن و نوشتن اعداد اعشاری</p>		
<p>۱- می‌توانند موقعیت‌های واقعی مرتبط با اعداد صحیح را شناسایی کرده و با استفاده از این اعداد آن‌ها را توصیف کنند.</p>	<p>۱- اعداد صحیح</p>	<p>۳- اعداد صحیح</p>	
<p>۱- موقعیت‌های واقعی مرتبط با اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را شناسایی کرده و از این اعمال برای حل مسائل استفاده می‌کنند.</p> <p>۲- راه‌حل‌های خود را به‌طور مستدل به‌صورت شفاهی یا کتبی با دیگران به اشتراک می‌گذارند و بر راه‌حل خود بازبینی می‌کنند. راه‌حل‌های دیگران را موردنقد و بررسی قرار می‌دهند.</p> <p>۳- می‌توانند از راهبردهای زیر مسئله، حدس و آزمایش، الگو یابی و حل مسئله‌ی ساده‌تر برای حل مسائل ریاضی و واقعی مرتبط با این اعمال استفاده می‌کنند.</p> <p>۴- می‌توانند مسائل ساختاریافته و نیمه ساختاریافته مرتبط با این اعمال را با اضافه کردن داده/خواسته یا شرط کامل و حل کنند.</p> <p>۵- می‌توانند از خاصیت‌های این اعمال نسبت به هم در محاسبات عددی و ذهنی استفاده کنند و استراتژی‌های محاسباتی خود را به زبان فارسی بنویسند.</p> <p>۶- زمان مناسب برای استفاده از ماشین حساب را تشخیص می‌دهند و می‌توانند از ماشین حساب برای درک برخی از مفاهیم و قواعد مرتبط استفاده کنند.</p>	<p>۱- جمع و تفریق</p> <p>۲- ضرب و تقسیم</p>	<p>۴- عملیات</p>	
<p>۱- می‌توانند در الگوهای عددی تعمیم نزدیک و تعمیم دور را ارائه نماید و در مورد</p>	<p>۱- تعمیم نزدیک، تعمیم</p>	<p>۱- الگو</p>	<p>الگو و</p>

<p><b>تغییر</b></p>		<p>دور<sup>۱</sup> (شبه تعمیم)</p>	<p>آن‌ها توضیح دهند.          ۲- با تشخیص روابط بین اجزای الگوهای خطی، ارتباط بین آن‌ها و مفاهیم ریاضی را بیان می‌کنند.          ۳- می‌توانند الگوی موجود در یک مسئله را بیان کرده و آن را به صورت شبه نمادین نمایش دهند.</p>
<p><b>رابطه</b></p>	<p>۲- رابطه</p>	<p>۱- ماشین ورودی و خروجی (ضرب و تقسیم)          ۲- مقایسه کسرها          ۳- مقایسه اعداد صحیح          ۴- نسبت و تناسب</p>	<p>۱- می‌توانند رابطه بین اعداد و نتیجه عملیات ضرب یا تقسیم بر روی آن‌ها را از طریق ابزار ماشین ورودی و خروجی درک کنند.          ۲- می‌توانند روابط بین کمیت‌ها را در مسائل نسبت و تناسب برای دیگران توضیح دهند.          ۳- می‌توانند به کمک راهبردهای مختلف اعداد کسری، کسرها را با هم مقایسه کنند          ۴- می‌توانند به کمک برقراری ارتباط بین اعمال ریاضی (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم)، مسائل کلامی و غیرکلامی مرتبط با مجهول یابی را حل کنند.</p>
<p><b>تغییر</b></p>	<p>۳- تغییر</p>	<p>۱- متغیر (با مکان نگهدار)          ۲- تأثیر دو متغیر بر یکدیگر</p>	<p>۱- می‌توانند با استفاده از شکل مناسب استدلال (استدلال شهودی یا استقرایی) و با توجه به روابط بین متغیرها در موقعیت‌های مشخص، از لحاظ کمی و کیفی به مقایسه آن‌ها بپردازند و ارتباط بین این تغییرات را توصیف کنند.</p>
<p><b>فضا و شکل</b></p>	<p>۱- شکل</p>	<p>۱- انواع زاویه (باز، بسته، قائمه، متمم، مکمل، متقابل به رأس)          ۲- تعامد و توازی          ۳- ارتفاع و نیمساز          ۴- محیط و مساحت (مثلث، سایر چهارضلعی‌ها)</p>	<p>۱- به کمک مفهوم زاویه‌های مختلف و ارتباط بین آن‌ها، شرایط خاص مسئله داده شده را تشخیص می‌دهند و از آن در حل مسائل استفاده می‌کنند.          ۲- بر اساس مفهوم شهودی تعامد و توازی، ویژگی‌های یک موقعیت هندسی را توصیف می‌کنند و ایده خود را با دیگران به اشتراک می‌گذارند.          ۳- با استفاده از ویژگی نیمساز و ارتفاع، از آن در حل مسائل مرتبط استفاده و پاسخ به دست آمده را بازنگری می‌کنند.          ۴- ضمن درک و بیان ویژگی‌های مثلث، متوازی‌الاضلاع، لوزی، دوزنقه و دایره،</p>

<sup>۱</sup> منظور از تعمیم دور، به دست آوردن جملات بعدی یک الگو (مثلاً جمله بیستم) پس از درک رابطه کلی حاکم بر آن و به طور یک‌مرتبه یعنی بدون به دست آوردن جملات مابین است.

<p>علاوه بر نوشتن استراتژی‌های حل به زبان فارسی، با کاربرد فرمول، محیط و مساحت آن‌ها را محاسبه می‌کنند و از آن در حل مسائل مرتبط روزمره استفاده می‌کنند.</p>	<p>و دایره)</p>		
<p>۱- حجم جسم موردنظر خود را با انتخاب واحد اندازه‌گیری مناسب و در صورت لزوم تبدیل واحدها، اندازه می‌گیرند. علاوه بر آن می‌توانند حجم اجسام مختلف را تخمین بزنند و برای مقادیر حجمی که به آن‌ها داده می‌شود، مصداق مناسبی برای نشان دادن درک خود از آن مقدار، ارائه می‌کنند.</p> <p>۲- برای حجم اشکال نامنظم (ترکیب چند مکعب مستطیل) می‌توانند با روش‌های مختلف حجم جسم را محاسبه کنند، روش خود را برای هم‌کلاسی‌هایشان توصیف کنند و درستی و نادرستی روش حل دیگران را نیز بررسی کنند.</p> <p>۳ می‌توانند ترکیب چند مکعب هم‌اندازه را در ذهن مجسم کنند و نماهای مختلف شکل را ترسیم کنند.</p> <p>۴- می‌توانند با تجسم برخی اجسام فضایی نظیر مکعب مستطیل و استوانه، گسترده‌ی آن را تشخیص دهند.</p>	<p>۱- حجم (مکعب و مکعب مستطیل) ۲- گسترده اجسام فضایی (مکعب و استوانه)</p>	<p>۲- فضا</p>	
<p>۱- می‌توانند تمام خطوط بازتاب یک‌شکل را تشخیص داده و ترسیم کنند.</p> <p>۲- به کمک ابزار مناسب قرینه‌ی شکل را نسبت به خط بازتابی خارج از شکل ترسیم می‌کنند و از بازتاب به‌عنوان ابزاری برای شمارش استفاده می‌کنند.</p> <p>۳- به کمک حرکت در راستای افقی و عمودی و همچنین چرخاندن شکل با ابزار مناسب، انتقال‌یافته و چرخش یافته‌ی یک‌شکل را تشخیص می‌دهند و ترسیم می‌کنند.</p>	<p>۱- بازتاب محوری ۲- انتقال ۳- چرخش</p>	<p>۳- تبدیل</p>	
<p>۱- با به‌کارگیری محور اعداد و درک مفهوم فاصله نقاط از هم و فاصله نقطه از خط می‌توانند مدل‌سازی از مسائل مرتبط در صفحه انجام دهند.</p>	<p>۱- محور اعداد ۲- ناحیه اول دستگاه مختصات ۳- مفهوم فاصله (دونقطه)</p>	<p>۴- هندسه تحلیلی</p>	

	و نقطه از خط و دو خط)		
<p>۱- می‌توانند با توجه به مسئله آماری مرتبط به جمع‌آوری داده‌ها در زندگی روزمره خود به پردازند.</p> <p>۲- می‌توانند با استفاده از روش‌های جمع‌آوری داده‌ها (مشاهده، پرسش، مراجعه به مراجع و منابع و اندازه‌گیری) مسائل آماری مرتبط را حل کرده و به‌صورت شفاهی و کلامی روش خود را توضیح دهند.</p> <p>۳- می‌توانند فراوانی داده‌ها را به دست آورند.</p> <p>۴- می‌توانند داده‌ها را در جدول با استفاده از روش خط نشان و فراوانی نمایش دهند.</p> <p>۵- می‌توانند از میانگین در حل مسائل مرتبط استفاده کرده و در مورد جواب حاصل با هم‌کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنند.</p> <p>۶- می‌توانند برای نمایش داده‌ها از نمودار مناسب استفاده کرده و از روی نمودار داده‌شده مسائل مرتبط را حل کنند.</p>	<p>۱- داده‌ها</p> <p>۲- نمایش داده‌ها (جدول و نمودارهای ستونی/ خط شکسته/ دایره‌ای/ تصویری)</p> <p>۳- فراوانی</p> <p>۴- میانگین</p>	<p>۱- آمار</p>	<p>عدم قطعیت</p>
<p>۱- می‌توانند مثالی از یک آزمایش تصادفی ارائه کرده و با تکرار آن آزمایش و ثبت آن در جدول به‌صورت تجربی، درک خود از احتمال را به نمایش بگذارند.</p> <p>۲- می‌توانند با تشخیص پدیده‌های قطعی و غیرممکن، میزان محتمل بودن پدیده‌ها را به‌صورت کیفی بیان کرده و در مورد آن‌ها با هم‌کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنند.</p> <p>۳- مساوی بودن احتمال رخداد بعضی پیشامدهای خاص مانند پشت یا رو آمدن سکه را تشخیص می‌دهند و قادر هستند بازی‌های شانسی توسط سکه یا تاس یک بازی شانسی طراحی کنند و راجع با آن‌ها با هم‌کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنند.</p>	<p>۱- پدیده‌های قطعی و غیرقطعی</p> <p>۲- احتمال تجربی</p>	<p>۲- احتمال</p>	

دوره اول متوسطه (پایه‌های ۷ تا ۹)			
مفاهیم اساسی	خرده مفاهیم	استاندارد محتوا	استاندارد عملکرد
اعداد و عملیات	۱- اعداد حسابی	۱- اعداد طبیعی ۲- اعداد اول و مرکب	۱- از اعداد طبیعی، اعداد اول و مرکب و خواص آنان برای حل مسائل روزمره با استفاده از راهبردهای الگوسازی، حذف حالت‌های نامطلوب و نمادین سازی استفاده می‌کنند. ۲- در ریاضی و علوم دیگر از اعداد استفاده می‌کنند و می‌توانند توصیف درستی از شرایط بر اساس درک عددی ارائه کنند. ۲- می‌توانند برای موقعیت‌های مرتبط با اعداد حسابی و مرکب، مسائل آزاد طرح و حل کنند.
	۲- اعداد گویا	۱- کسرهای مثبت و منفی ۲- نمایش‌های مختلف اعداد گویا و ارتباط بین آن نمایش‌ها	۱- از اعداد گویا و نمایش‌های مختلف آن در توصیف، طرح و حل مسائل مرتبط استفاده می‌کنند. ۲- در حل مسائل مرتبط با اعداد گویا، از راهبردهای الگوسازی، حذف حالت‌های نامطلوب و نمادین سازی استفاده می‌کنند.
	۳- اعداد صحیح	۱- اعداد صحیح	۱- از اعداد صحیح در توصیف، طرح و حل مسائل مربوط به موقعیت‌های واقعی مرتبط استفاده می‌کنند. ۲- در حل مسائل مرتبط با اعداد صحیح، از راهبردهای الگوسازی، حذف حالت‌های نامطلوب و

<p>نمادین سازی استفاده می کنند.</p>			
<p>۱- می توانند با استفاده از نمایش های مختلف اعداد حقیقی از جمله نماد علمی، موقعیت های واقعی مرتبط را توصیف کنند.          ۲- در حل مسائل مرتبط با اعداد حقیقی، از راهبردهای الگوسازی، حذف حالت های نامطلوب و نمادین سازی استفاده می کنند.          ۳- با استفاده از اعداد حقیقی مسائل مناسب نیمه ساختاریافته و ساختاریافته طرح و حل می کنند.</p>	<p>۱- اعداد گنگ (اصم)          ۲- اعداد حقیقی          ۳- نماد علمی</p>	<p>۴- اعداد حقیقی</p>	
<p>۱- ضمن شناسایی موقعیت های واقعی مرتبط با مفهوم توان و ریشه (دوم و سوم)، می توانند از این دو عمل برای حل مسائل روزمره (واقعی) استفاده کنند.          ۲- می توانند روش های محاسباتی و استراتژی های محاسباتی ذهنی خود در خصوص اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را به صورت جبری بیان کنند و خواص این اعمال را به صورت نمادین بنویسند.          ۳- در انجام اعمال ریاضی ترتیب عملیات را رعایت می کنند و از ماشین حساب برای حل مسائل مرتبط استفاده می کنند.          ۴- می توانند مسئله ی آزاد متناسب با دو عمل توان و</p>	<p>۱- توان و ریشه (دوم و سوم)</p>	<p>۵- عملیات</p>	

			<p>ریشه (دوم و سوم) طرح و حل کنند.</p> <p>۵- در حل مسائل مرتبط با توان و ریشه (دوم و سوم)، از راهبردهای الگوسازی، حذف حالت‌های نامطلوب و نمادین سازی استفاده می‌کنند.</p>
<p style="text-align: center;"><b>الگو و تغییر</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>۱- الگو</b></p>	<p>۱- تعمیم نمادین</p> <p>۲- الگوهای خطی</p> <p>۳- تعمیم نزدیک الگوهای درجه‌ی دو ساده <math>(n^2+c)</math></p>	<p>۱- می‌توانند الگوی خطی موجود در یک مسئله را بیان کرده و آن را با نماد جبری نشان داده و برای هم‌کلاسی‌های خود توضیح می‌دهند.</p> <p>۲- می‌توانند راه‌حل دانش‌آموزان را در ارتباط با مسائل مرتبط با الگوهای خطی تجزیه و تحلیل نموده و مورد ارزیابی قرار می‌دهند.</p> <p>۳- می‌توانند از راه‌های مختلف، جملات هم‌ارز (معادل) با جمله‌ی عمومی را نوشته و ارتباط آن‌ها را بیان کنند و روند تفکر خود را برای دیگران توضیح داده و توجیه نمایند.</p> <p>۴- می‌توانند تعمیم نزدیک الگوهای درجه‌ی دو ساده (به فرم <math>n^2+c</math>) ارائه دهند.</p>
		<p style="text-align: center;"><b>۲- رابطه</b></p>	<p>۱- معادله (با مجهول یابی)</p> <p>۲- مقایسه اعداد گویا</p> <p>۳- عبارتهای جبری</p> <p>۴- معادله خطی</p> <p>۵- دستگاه معادلات خطی</p> <p>۶- نامعادله خطی</p>

<p>۳- می‌توانند اعداد گویا را باهم مقایسه کنند.</p> <p>۴- می‌توانند با تشخیص جملات متشابه، اعمال جبری روی عبارت‌ها را انجام دهند.</p> <p>۵- می‌توانند با درک مفاهیم متغیر و عبارت جبری و با جایگذاری عدد، مقدار عبارت جبری را به دست آورند.</p> <p>۶- می‌توانند عبارت‌های جبری را برای بیان روابط و الگوهای ساده به‌کارگیرند و سپس آن‌ها را تفسیر کنند.</p> <p>۷- می‌توانند در معادله خط، شیب و عرض از مبدأ آن را مشخص کنند و با نقطه‌یابی خط را رسم کنند.</p> <p>۸- می‌توانند معادله خطی را حل کنند و درستی جواب‌های به‌دست‌آمده را بررسی نمایند.</p> <p>۹- می‌توانند معادله خطی را برای مدل کردن روابط و الگوها در مسائل واقعی به‌کارگیرند و مقدار کمیت خواسته‌شده در مسئله را با حل معادله پیدا و آن را از نظر کمی و کیفی تفسیر کنند.</p> <p>۱۰- می‌توانند وضعیت دو خط را نسبت به یکدیگر از طریق هندسی و جبری گزارش نمایند.</p> <p>۱۱- می‌توانند با استفاده از مفهوم اتحاد، مسائل مربوط به آن‌ها را حل نمایند</p>	<p>۷- اتحادهای جبری (اتحادهای مجموع و تفاضل دوجمله‌ای، اتحاد مزدوج) ۸- تجزیه عبارت‌های جبری</p>		
--	---	--	--



	۳- تغییر	<p>۱- متغیر</p> <p>۲- تأثیر دو متغیر بر یکدیگر</p>	<p>۱- می‌توانند با استفاده از استدلال استنتاجی، در روابط خطی تأثیر تغییرات کمی یک متغیر بر متغیر دیگر را شرح و به کمک نمودارها تحلیل کنند و مسائل مربوط به روابط خطی را حل نموده و پاسخ خود را تفسیر کنند.</p>
<p>فضا و شکل</p>	<p>۱- شکل</p>	<p>۱- زاویه خارجی یک چندضلعی</p> <p>۲- خواص توازی</p> <p>۳- میانه و عمودمنصف</p> <p>۴- خواص نیمساز و عمودمنصف</p> <p>۵- زاویه‌های محاطی و مرکزی</p> <p>۶- مماس</p> <p>۷- تطابق</p> <p>۸- خواص چندضلعی‌ها و دایره</p> <p>۹- روابط طولی</p> <p>۱۰- تشابه</p>	<p>۱- به کمک خواص میانه، عمودمنصف، توازی و درک ویژگی‌های آن‌ها، به‌طور مستدل مسائل مربوط را حل می‌کنند و روش خود را برای دوستانش توضیح می‌دهند و روش حل دیگران را ارزیابی می‌کند.</p> <p>۲- به کمک خواص زوایای محاطی، مرکزی و خط مماس بر دایره و درک ارتباط بین آن‌ها، مسائل مختلف را به‌طور مستدل حل می‌کنند و ایده خود را برای حل بیان کرده و ایده‌های دیگران را ارزیابی می‌کنند.</p> <p>۳- با درک ارتباط بین اندازه‌ی زاویه‌های داخلی و خارجی و به کمک استدلال استنتاجی به حل مسئله می‌پردازند و در صورت امکان از روش‌های مختلف مسئله را حل می‌کنند.</p> <p>۴- به کمک استدلال شهودی و کاربرد تبدیل‌ها، چگونگی تطابق دو شکل هندسی را نمایش می‌دهند و ایده‌های مختلف حل را ارزیابی می‌کنند.</p> <p>۵- با درک خواص چندضلعی‌ها، دایره و برخی روابط</p>

<p>طولی مانند رابطه فیثاغورس، با استدلال استنتاجی، با درک رابطه بین فرض و حکم و به کمک راهبردهای مختلف، به حل مسئله می‌پردازند.</p> <p>۶- به کمک مفاهیم تطابق هم‌نهشتی دو مثلث را در حالت‌های مختلف تشخیص می‌دهند و می‌توانند بایان کلامی و نمادین راه‌حل خود، نمایشی از این هم‌نهشتی ارائه می‌کنند.</p> <p>۷- نمونه‌ای از شکل‌های متشابه پیرامون خود معرفی می‌کنند و به کمک حالت‌های تشابه مثلث‌ها و به کمک استدلال کلامی و نمادین تشابه دو مثلث را نشان می‌دهند.</p>			
<p>۱- می‌توانند بایان و کاربرد فرمول‌های جبری، مساحت اجسام فضایی نظیر مکعب مستطیل، کره، استوانه و منشور و حجم اجسامی نظیر کره، مخروط، استوانه، هرم و منشور را محاسبه می‌کنند.</p> <p>۲- می‌توانند با تجسم اجسام فضایی نظیر مکعب مستطیل و استوانه، گسترده‌ی آن را ترسیم کنند.</p> <p>۳- می‌توانند شکل فضایی حاصل از دوران برخی شکل‌های هندسی نظیر مستطیل، مثلث قائم‌الزاویه دایره و نیم‌دایره را حول محوری از خود شکل، تجسم کنند و درباره آن با دوستان خود گفتگو کنند.</p>	<p>۱- مساحت (مکعب، کره، استوانه و منشور)</p> <p>۲- حجم (کره، مخروط، استوانه، هرم و منشور)</p> <p>۳- گسترده اجسام فضایی (مکعب مستطیل)</p> <p>۴- دوران حول محور (مستطیل، مثلث قائم‌الزاویه، دایره و نیم‌دایره)</p>	<p>۲- فضا</p>	
<p>۱- می‌توانند به کمک ابزار مناسب نظیر کاغذ پوستی یا استفاده از محیط نرم‌افزاری، مرکز بازتاب شکل را در صورت وجود تشخیص دهند و نوع بازتاب را</p>	<p>۱- بازتاب مرکزی</p> <p>۲- بازتاب چرخشی</p> <p>۳- انتقال</p>	<p>۳- تبدیل</p>	

<p>(چرخشی یا مرکزی) مشخص کنند.</p> <p>۲- می‌توانند تبدیل یافته‌ی یک‌شکل را تحت انتقال، دوران و بازتاب، رسم کند و به‌طور شهودی، طول پایی، هم‌نهشتی و تغییر جهت اشکال هندسی را در هر یک مشخص کنند.</p>	<p>۴- دوران</p>		
<p>۱- با درک مفاهیم طول پاره‌خط، معادله خط در صفحه و تقاطع دو خط و همچنین با شناخت دستگاه مختصات دکارتی و دستگاه معادلات خطی و درک ارتباطات برخی از این مفاهیم و با استفاده از استدلال استنتاجی مسائل واقعیت مدار را حل می‌کنند.</p> <p>۲- با درک مفهوم بردار و خواص آن، از مدل‌سازی و استدلال در حل مسئله استفاده می‌کند.</p>	<p>۱- طول پاره‌خط در فضای یک‌بعدی</p> <p>۲- دستگاه مختصات دکارتی بردار</p> <p>۳- معادله خط در صفحه</p> <p>۴- دستگاه معادلات خطی</p> <p>۵- تقاطع دو خط</p>	<p>۴- هندسه تحلیلی</p>	
<p>۱- می‌توانند با درک صحیح از مفهوم قضاوت و پیش‌بینی بر اساس اعداد و ارقام، مثال‌هایی در زندگی روزمره بیان کرده و در مورد معایب و مزایای آن با دیگران بحث کنند.</p> <p>۲- می‌توانند مثال‌هایی از زندگی روزمره که در آن‌ها بر اساس داده‌ها تصمیم‌گیری می‌شود را ارائه نمایند و درباره آن‌ها با دوستانشان گفت‌وگو کنند.</p> <p>۳- می‌توانند مثالی از یک مسئله آماری طراحی کرده و فراوانی داده‌های آن را به دست آورند.</p> <p>۴- می‌توانند نمودارهای آماری مانند نمودار میله‌ای، دایره‌ای، نمودار بافت نگار، نمودار چند بر فراوانی و</p>	<p>۱- داده‌های آماری</p> <p>۲- جدول فراوانی</p> <p>۳- شاخص‌های مرکزی</p>	<p>۱- آمار</p>	<p>عدم قطعیت</p>

<p>منحنی داده‌ها را برای یک مسئله آماری رسم کنند.</p> <p>۵- می‌توانند با تفسیر نمودارهای آماری مسائل مرتبط را حل کنند.</p> <p>۶- می‌توانند از میانگین داده‌ها در تفسیر مسائل مرتبط استفاده کنند.</p> <p>۷- می‌توانند در یک مسئله آماری شاخص‌های مرکزی را به دست آورند.</p>			
<p>۱- می‌توانند مجموعه را با نمایش‌های مختلف (نمایش با اعضا، نمادین، توصیف و نمودار ون) و اعمال بین مجموعه‌ها (اجتماع، اشتراک و تفاضل) را انجام دهند.</p> <p>۲- می‌توانند پیشامدهای هم شانس را در آزمایش‌هایی نظیر چرخنده و پرتاب سکه و تاس مشخص نمایند و راجع به آن‌ها توضیح دهند.</p> <p>۳- قادر هستند آزمایشی تصادفی طراحی کرده و فضای نمونه‌ای آن را تشکیل دهند.</p> <p>۴- می‌توانند احتمال رخداد پیشامدهای تصادفی را در مسائل مختلف از طریق فرمول ریاضی احتمال محاسبه کنند.</p>	<p>۱- مجموعه و نمایش‌های مختلف آن و اعمال بین مجموعه‌ها (اجتماع، اشتراک و تفاضل)</p> <p>۲- احتمال ریاضی</p> <p>۳- پیشامدهای هم شانس</p> <p>۴- آزمایش‌های تصادفی و فضای نمونه‌ای</p>	<p>۲- احتمال</p>	

۴-۶-۴- مفاهیم اساسی، خرده مفاهیم و استانداردهای محتوایی و عملکردی دوره دوم متوسطه (پایه‌های ۱۰ تا ۱۲)

دوره دوم متوسطه (پایه‌های ۱۰ تا ۱۲)			
استاندارد عملکرد	استاندارد محتوا	خرده مفاهیم	مفاهیم

			اساسی
<p>۱- از اعداد طبیعی، اعداد اول و مرکب و خواص آنان برای حل مسائل روزمره با استفاده از راهبردهای الگوسازی، حذف حالت‌های نامطلوب و نمادین سازی استفاده می‌کنند.*</p> <p>۲- در ریاضی و علوم دیگر از اعداد استفاده می‌کنند و می‌توانند توصیف درستی از شرایط بر اساس درک عددی ارائه کنند.</p> <p>۳- می‌توانند برای موقعیت‌های مرتبط با اعداد حسابی و مرکب، مسائل آزاد طرح و حل کنند.</p> <p>۴- می‌توانند از روش‌های اساسی شمارش برای حل مسائل مرتبط در ریاضی و موقعیت‌های روزمره استفاده کنند.</p>	<p>۱- خواص اعداد طبیعی (هم‌نهستی، تقسیم‌پذیری و خواص اعداد اول)</p> <p>۲- روش‌های اساسی نمایش (اصل جمع و ضرب، اصل شمول و عدم شمول*، اصل لانه کبوتری*، جایگشت، تبدیل و ترکیب)</p>	<p>۱- اعداد حسابی</p>	اعداد و عملیات
<p>۱- در موقعیت‌های واقعی مرتبط با اعداد گویا، مدل‌سازی جبری و هندسی می‌کنند و مسائل مرتبط با این موقعیت‌ها را با استفاده از راهبردهای حل مسئله حل می‌کنند.</p>	<p>۱- اعداد گویا</p>	<p>۲- اعداد گویا</p>	
<p>۱- در موقعیت‌های واقعی مرتبط با اعداد حقیقی، مدل‌سازی جبری و هندسی کرده و مسائل مرتبط با این موقعیت‌ها را با استفاده از راهبردهای حل مسئله حل می‌کنند.</p> <p>۲- با استفاده از اعداد حقیقی مسائل مناسب طرح و حل می‌کنند.</p>	<p>۱- اعداد حقیقی</p> <p>۲- خاصیت‌های اساسی اعداد حقیقی</p>	<p>۳- اعداد حقیقی</p>	
<p>۱- ضمن شناسایی موقعیت‌های واقعی مرتبط با مفهوم توان و ریشه حقیقی (گویا)، می‌توانند از این دو عمل برای حل مسائل روزمره (واقعی) استفاده کنند.**</p> <p>۲- می‌توانند از راهبردهای مختلف حل مسئله برای حل مسائل مرتبط با مفهوم توان و ریشه حقیقی (گویا) استفاده کنند.**</p> <p>۳- در عملیات مرتبط، از محاسبه ذهنی استفاده می‌کنند.**</p>	<p>۱- توان و ریشه**</p>	<p>۴- عملیات</p>	

الگو و تغییر	۱- الگو	<p>۱- دنباله</p> <p>۲- دنباله‌های حسابی و هندسی</p> <p>۳- مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی*</p>	<p>۱- دنباله‌های حسابی و هندسی را تشخیص داده و با استفاده از عبارت‌های جبری می‌توانند جمله <math>n</math> ام دنباله را نمایش دهند و مجموع <math>n</math> جمله از یک دنباله را به دست آورند*.</p> <p>۲- می‌توانند مسائل مرتبط با دنباله‌های حسابی و هندسی را حل کنند.</p> <p>۳- می‌توانند با استفاده از دنباله‌های حسابی و هندسی مسائل دنیای واقعی را مدل‌سازی و حل کنند.</p>
	۲- رابطه	<p>۱- اتحادهای جبری</p> <p>۲- تجزیه عبارت‌های جبری</p> <p>۳- عبارت‌های گویا</p> <p>۴- معادلات درجه دوم، گویا و گنگ**</p> <p>۵- نامعادلات جبری و گویای درجه دوم**</p> <p>۶- معادلات مثلثاتی**</p>	<p>۱- می‌توانند با تشخیص ارتباط بین عبارت‌های جبری، عبارت‌های گویا و همچنین اتحادهای جبری، مسائل مربوطه را حل کرده و از اتحادها در تجزیه عبارت‌های جبری و گویا کردن عبارت‌های گنگ** استفاده کنند.</p> <p>۲- می‌توانند معادلات درجه دوم، نامعادلات جبری و معادلات مثلثاتی** را شناسایی نموده و مسائل مربوط به آن‌ها را حل کنند.</p> <p>۳- می‌توانند با استفاده از اتحادهای جبری، مسائل کلامی و غیرکلامی را مدل‌سازی کنند.</p> <p>۴- می‌توانند پس از حل معادلات، جواب‌های به دست آمده را مورد بحث و بررسی قرار دهند و با استدلال در مورد درستی یا نادرستی آن‌ها با دیگران گفت‌وگو نمایند.</p> <p>۵- می‌توانند جواب نامعادلات را با استفاده از جدول تعیین علامت به دست آورند و با استدلال در مورد درستی یا نادرستی پاسخ خود با دیگران گفتگو کنند.**</p> <p>۶- می‌توانند با توجه به دایره مثلثاتی درباره چگونگی به دست آوردن جواب‌های معادلات مثلثاتی استدلال کنند.**</p> <p>۷- می‌توانند با توجه به دایره مثلثاتی درباره متناوب بودن برخی از</p>

<p>توابع مثلثاتی با همکلاسی‌های خود گفتگو کنند. **        ۸- می‌توانند از معادلات مثلثاتی برای مدل‌سازی مسائل واقعی استفاده نمایند. **</p>			
<p>۱- می‌توانند بین متغیرهای مستقل و وابسته تمایز قائل شوند و با استفاده از استدلال استنتاجی، انواع توابع و خواص آن‌ها را توصیف نمایند.        ۲- می‌توانند با برقراری ارتباط بین بازنمایی‌های مختلف یک تابع، آن را نمایش داده و هر یک از آن‌ها را به دیگری تبدیل کنند.        ۳- می‌توانند اعمال جبری روی توابع و ترکیب آن‌ها ** را انجام دهند و توابع مناسب را در مسائل مرتبط به کارگیرند و به صورت نموداری (گرافیکی) آن‌ها را نمایش دهند.        ۴- می‌توانند در مورد وارون‌پذیری توابع بحث کنند و در صورت وجود، وارون یک تابع را به دست آورند. **        ۵- می‌توانند به کمک تابع، مسائل واقعی را مدل‌سازی و آن‌ها را حل کنند.</p>	<p>۱- تابع و نمایش‌های آن        ۲- انواع توابع (خطی، ثابت، همانی، درجه دوم، گویا، رادیکالی **، قدر مطلق، چند ضابطه‌ای، نمایی، لگاریتمی، جز صحیح و مثلثاتی **)        ۳- خواص توابع (یک‌به‌یک، وارون‌پذیری، پوشا، تناوب) **        ۴- اعمال روی توابع        ۵- ترکیب توابع **</p>	<p>۳- تابع</p>	
<p>۱- می‌توانند به‌طور شهودی راجع به حد چپ و راست و وجود حد با همکلاسی‌های خود گفتگو کنند. **        ۲- می‌توانند با تشخیص حد چپ و حد راست و رابطه‌ی بین آن‌ها، حد یک تابع را محاسبه نمایند. **        ۳- می‌توانند با استفاده از استدلال استنتاجی و قضایای حد، وجود یا عدم وجود حد، پیوستگی و مشتق‌پذیری توابع را در بازه‌های معین تعیین نمایند. **        ۴- می‌توانند رابطه بین پیوستگی و مشتق‌پذیری یک تابع را تعیین</p>	<p>۱- حد و پیوستگی **        ۲- مشتق **</p>	<p>۴- تغییر</p>	

<p>کنند. **</p> <p>۵- می‌توانند به کمک قضایای مربوط به حد و مشتق، مشتق توابع را به دست آورند. **</p> <p>۶- می‌توانند با کمک مفاهیم حد، پیوستگی و مشتق‌پذیری برخی از مسائل واقعی را مدل‌سازی و حل کنند. **</p>			
<p>۱- با به‌کارگیری ابزار مناسب نظیر خط‌کش و پرگار، می‌توانند بر روی کاغذ یا در محیط‌های نرم‌افزاری مناسب، برخی اشکال نظیر نیمساز، عمودمنصف و خطوط موازی و عمود و مثلث را با داشتن سه ضلع آن رسم کنند، طریقه رسم را با سازمان‌دهی منطقی، توضیح دهند، ایده‌های دیگران را مورد نقد و قضاوت قرار دهند و در صورت لزوم آن‌ها را ویرایش کنند. **</p> <p>۲- با استفاده از خواص هم‌مرسی میانه‌ها، عمودمنصف‌ها، ارتفاع‌ها و نیمسازهای یک مثلث ارتباطات موجود بین این مفاهیم را درک می‌کنند و ضمن حل مسائل مربوطه از این مفاهیم در تشخیص مرکز دایره‌ی محیطی و محاطی در مثلث استفاده می‌کنند. **</p> <p>۳- به کمک خواص چندضلعی‌ها و روابط طولی در مثلث، ضمن تمایز قائل شدن بین مفاهیم تعریف و خاصیت، قضیه و عکس قضیه، اصل و تعریف و قضیه، می‌توانند فرض و حکم را از هم جدا کرده و آن را به شکل کلامی و جبری بنویسند و از آن در حل مسئله استفاده کنند. **</p> <p>۴- به کمک مفاهیم، قضایا و اصول مربوط به دایره (زاویه ظلّی، روابط طولی در دایره) و ضمن تشخیص رابطه فرض و حکم، به‌طور مستدل مسائل مربوط را حل می‌کنند، ایده‌ی دیگران را برای حل قضاوت و آن‌ها را ترمیم می‌کنند. *</p>	<p>۱- رسم به کمک خط‌کش و پرگار **</p> <p>۲- زاویه ظلّی *</p> <p>۳- هم‌مرسی (عمودمنصف، میانه و...) **</p> <p>۴- خواص چندضلعی‌ها و دایره **</p> <p>۵- روابط طولی **</p> <p>۶- تشابه **</p> <p>۷- گراف و ویژگی‌های آن *</p>	<p>۱- شکل</p>	<p>فضا و شکل</p>



<p>۵- با مدل‌سازی برخی مسائل کاربردی، گراف آن‌ها را ترسیم می‌کنند و با استدلال کلامی و استنتاجی به حل مسائل واقعیت-مدار می‌پردازند.*</p>		
<p>۱- می‌توانند با تمایز قائل شدن بین مفاهیم تقاطع، توأزی، تنافر و تعامد، حالت دو خط، خط و صفحه و دو صفحه را در فضا تجسم و بیان کنند.*</p> <p>۲- می‌توانند شکل فضایی حاصل از دوران خطوط موازی و متقاطع و برخی اشکال هندسی نظیر دایره و مربع را حول یک محور تجسم کنند و درباره آن با دوستان خود گفتگو کنند و در صورت لزوم از ابزار فیزیکی یا نرم‌افزارهای مناسب برای نمایش ایده‌های خود کمک بگیرند.*</p> <p>۳- می‌توانند سطح مقطع حاصل از برخورد برخی اجسام فضایی نظیر منشور، استوانه، مخروط و کره را با صفحات موازی، مایل و عمود بر محور قائم جسم را تشخیص دهند و در صورت لزوم از ابزار فیزیکی یا نرم‌افزارهای مناسب برای نمایش ایده خود کمک بگیرند.*</p> <p>۴- می‌توانند با تجسم اجسام فضایی ترکیبی ساده، نماهای مختلف آن را تشخیص داده و ترسیم کنند.**</p> <p>۵- می‌توانند گسترده مکعب مستطیل را با وجوه متفاوت (مثلاً وجوه با رنگ‌های متفاوت) و یا مکعب مستطیلی که از گوشه برش خورده است، تجسم و ترسیم کنند.*</p>	<p>۱- حالت‌های مختلف دو خط، خط و صفحه، دو صفحه در فضا*</p> <p>۲- تعامد (خط و صفحه و دو صفحه)*</p> <p>۳- دوران حول محور (دو خط موازی و متقاطع و...)*</p> <p>۴- سطح مقطع**</p> <p>۵- اجسام فضایی و نماهای مختلف آن**</p> <p>۶- گسترده اجسام فضایی (مکعب)*</p>	<p>۲- فضا</p>
<p>۱- در مورد ویژگی‌های تبدیل‌های مختلف (بازتاب، انتقال، دوران و تجانس) به‌طور شهودی و در صورت لزوم به کمک نرم‌افزارهای مناسب بحث می‌کنند و این ویژگی‌ها را با استدلال استنتاجی</p>	<p>۱- مفهوم نگاشت و تبدیل*</p> <p>۲- بازتاب*</p>	<p>۳- تبدیل</p>

<p>اثبات می‌کنند.*</p> <p>۲- می‌توانند از تبدیل‌ها در حل مسائل مرتبط (مسائل هم محیطی و یافتن کوتاه‌ترین مسیر) استفاده کنند.*</p> <p>۳- به کمک مفهوم ماتریس و استفاده از نمادهای ریاضی، ضمن انجام عملیات بین ماتریس‌ها (اعم از جمع و تفریق، ضرب و وارون ماتریس) به حل مسائل مختلف می‌پردازند.**</p>	<p>۳- انتقال*</p> <p>۴- دوران*</p> <p>۵- تجانس*</p> <p>۶- ترکیب تبدیل‌ها*</p> <p>۷- ماتریس <math>(3 \times 3)</math>**</p>		
<p>۱- با درک مفاهیم فاصله دونقطه و فاصله نقطه از خط در صفحه و فضا و به کمک مختصات نقطه و طول پاره‌خط در فضاهای دو و سه‌بعدی به حل و تحلیل مسائل می‌پردازند.**</p> <p>۲- ضمن درک دایره به‌عنوان یک مکان هندسی و شناخت معادله دایره و ارتباطات بین درون، بیرون یا روی دایره بودن نقطه را با مختصات نقطه و معادله دایره مشخص می‌کند.**</p> <p>۳- از درک ارتباطات بین دستگاه معادلات خطی و وضعیت خطوط و صفحات نسبت به هم در حل مسئله استفاده می‌کنند.**</p> <p>۴- می‌توانند با شناخت معادلات خط و صفحه در فضا و مدل‌سازی مسائل کاربردی جهت حل مسائل استفاده کنند.**</p> <p>۵- با استفاده از خواص ضرب داخلی و خارجی بردارها و درک ارتباطات بین این مفاهیم باهم خط و هم صفحه بودن بردارها و حجم متوازی‌السطوح به حل مسائل می‌پردازند.*</p>	<p>۱- فاصله (دونقطه و نقطه از خط)**</p> <p>۲- مختصات نقطه در فضای سه‌بعدی**</p> <p>۳- طول پاره‌خط در فضای دوبعدی و سه‌بعدی**</p> <p>۴- مکان هندسی، دایره و معادله آن**</p> <p>۵- دستگاه معادلات خطی**</p> <p>۶- ضرب داخلی*</p> <p>۷- ضرب خارجی*</p>	<p>۴- هندسه تحلیلی</p>	

	<p>۸- معادلات خط و صفحه در فضا*</p> <p>۹- بردارهای هم خط و هم صفحه*</p> <p>۱۰- توازی و تعامد خطوط و صفحات (از روی معادله‌ها)*</p> <p>۱۱- فاصله در فضا (نقطه از خط، خط و صفحه، دو صفحه)*</p>		
<p>۱- می‌توانند با درک صحیحی از مفاهیم جامعه و نمونه مثال‌هایی و ایده‌هایی در محیط پیرامونی خود یافته و به تجزیه و تحلیل آن‌ها بپردازند.</p> <p>۲- می‌توانند نوع متغیرها (کمی، کیفی و انواع آن‌ها) را تعیین کنند و مثال‌هایی برای هر یک ارائه کنند.</p> <p>۳- می‌توانند با تشخیص و محاسبه شاخص‌های مرکزی و پراکندگی در مسائل آماری مرتبط این مسائل را حل کنند.</p> <p>۴- می‌توانند شاخص‌های اقتصادی و اجتماعی مانند نرخ تورم، نرخ بیکاری، نرخ رشد جمعیت و ضریب جینی را محاسبه و آن شاخص‌ها را تفسیر کنند.</p> <p>۵- می‌توانند نمودارهای مختلف آماری (میله‌ای، بافت نگار، دایره‌ای و نمودار جعبه‌ای) ترسیم و تفسیر کنند.</p> <p>۶- می‌توانند از مفاهیم سرشماری، نمونه تصادفی و روش‌های نمونه‌گیری، از آن‌ها در حل مسائل آماری استفاده کنند.</p>	<p>۱- علم آمار</p> <p>۱- جامعه و نمونه</p> <p>۲- متغیر و انواع آن‌ها</p> <p>۳- شاخص‌های مرکزی و پراکندگی</p> <p>۴- شاخص‌های اقتصادی و اجتماعی</p> <p>۵- سرشماری و نمونه‌گیری</p> <p>۶- پیش‌بینی</p>	<p>۱- آمار</p>	<p>عدم قطعیت</p>

<p>۷- می‌توانند با استفاده از نرم‌افزارهای آماری شاخص‌های مرکزی، شاخص‌های پراکندگی، نمودارهای آماری را به دست آورند و بر اساس آن پیش‌بینی و تصمیم‌گیری کنند.</p>		
<p>۱- می‌توانند با برقراری تمایز بین گزاره و غیر گزاره، ارزش گزاره‌ها را تعیین کنند و گزاره‌های ساده را بر اساس ترکیب‌های مختلف، مرکب نموده و ارزش گزاره‌های مرکب را تعیین کنند.***</p> <p>۲- می‌توانند با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، هم‌ارزی بین دو گزاره را اثبات کنند.***</p> <p>۳- می‌توانند با استفاده از سورها، گزاره‌نماها را به گزاره تبدیل کرده و ارزش آن‌ها را مشخص کنند.***</p> <p>۴- می‌توانند با استفاده از جبر گزاره‌ها، استدلال درست (معتبر) را از استدلال نادرست (نامعتبر) در زندگی روزمره تمیز دهند.***</p> <p>۵- می‌توانند از قوانین و خواص اعمال مجموعه‌ها در ساده کردن عبارت‌ها استفاده کنند.*</p> <p>۶- می‌توانند به کمک جبر پیشامدها و استفاده از نظریه مجموعه‌ها پیشامدهای ترکیبی تولید/طراحی کرده و احتمال رخداد آن‌ها را محاسبه کنند.*</p> <p>۷- می‌توانند با تمیز دادن پیشامدهای غیر هم شانس از هم شانس یک بازی طراحی کنند که در آن از پیشامدهای غیر هم شانس استفاده شود.*</p> <p>۸- می‌توانند با استفاده از احتمال شرطی مثال‌هایی در زندگی روزمره ارائه کنند.**</p> <p>۹- می‌توانند قوانین احتمال را حل مسائل مرتبط به کار ببرند.</p> <p>۱۰- می‌توانند با تشخیص پیشامدهای مستقل و وابسته مسائل</p>	<p>۱- جبر گزاره‌ها (گزاره و نقیض آن، ترکیب گزاره‌ها شامل ترکیب عطفی، فصلی، شرطی و دو شرطی و جدول ارزش گزاره‌ها***، سورها و گزاره‌های سوری*)</p> <p>۲- جبر مجموعه‌ها و عمل ضرب دکارتی*</p> <p>۳- پیشامدهای غیر هم شانس*</p> <p>۴- پیشامدهای مستقل و وابسته**</p> <p>۵- احتمال شرطی**</p> <p>۶- قوانین احتمال</p>	<p>۲- احتمال</p>

## ۵- راهبردهای یاددهی - یادگیری

تعقل یکی از عناصر برنامه درسی ملی است که نقش محوری دارد. ریاضیات ریشه در قوه تعقل انسانی و نقش مؤثری در درک قانونمندی طبیعت دارد. علمی است که موجب آگاهی انسان نسبت به پدیده‌ها، روابط، رویدادها و قوانین جهان آفرینش و چگونگی برقراری ارتباط انسان با آن‌ها و بهره‌برداری بهینه از آنان می‌گردد. همچنین ریاضیات و کاربردهای آن بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیع در فعالیت‌های متفاوت انسانی است و موجب تربیت افرادی خواهد شد که در برخورد با مسائل بتوانند به‌طور منطقی استدلال کنند، قدرت تجزیه و انتزاع داشته باشند و درباره پدیده‌های پیرامون، تئوری‌های جامعی بسازند؛ بنابراین توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی است (سند برنامه درسی ملی، صص ۱۵، ۱۷، ۳۳ و ۳۴).

با توجه به مبانی برنامه درسی ملی و چشم‌انداز آن که برنامه‌های درسی در نظام جمهوری اسلامی ایران را در راستای فرهنگ و تمدن اسلامی-ایرانی با تکیه بر میراث گران‌بها و ماندگار رسول‌الله (ص)، قرآن کریم و عترت می‌داند و فراهم ساختن زمینه‌ها و فرصت‌های لازم برای تربیت نسلی موحد، مؤمن و معتقد به معاد را از وظایف برنامه‌های درسی می‌شمرد (برنامه درسی ملی، صص ۷ و ۸)، روش‌های یاددهی - یادگیری در این برنامه در تناسب با اهداف کلان آموزش و پرورش و یافته‌های پژوهشی، باید دارای ویژگی‌های زیر باشد.

- ۱- تأکید بر فعالیت دانش‌آموزان و محول کردن مسئولیت یادگیری به آن‌ها و افزایش نقش راهنمایی و نظارتی معلم
- ۲- تأکید بر کار گروهی و همکاری دانش‌آموزان در کلاس درس
- ۳- توجه به تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان در یادگیری و سبک‌های مختلف شناختی
- ۴- استفاده بهینه از زمان و مکان در آموزش با استفاده از امکانات ICT
۵. تأکید بر تسلط دانش‌آموزان بر فرآیند خود یادگیری و خودارزیابی با توجه به آنچه ذکر شد، برخی از روش‌های متناسب با این اصول در ادامه توضیح داده می‌شود.

## ۶- راهبردهای ارزشیابی

اگرچه در گذشته، ارزشیابی فقط به‌عنوان وسیله‌ای برای کسب اطلاعات در مورد میزان تحقق اهداف از پیش تعیین‌شده توسط دانش‌آموزان در نظر گرفته می‌شد (ارزشیابی از یادگیری)، اما امروزه به‌موازات تغییر در اهداف آموزشی و تنوع شیوه‌های یاددهی - یادگیری، درک از ارزشیابی و جایگاه آن در نظام‌های آموزشی ارتقاء یافته

است، به گونه‌ای که آن را فرآیندی پویا، فعال و فرآیند محور می‌دانند که در تمامی مراحل یاددهی - یادگیری جریان دارد و ضمن حفظ کرامت انسانی، کاستی‌های یادگیری را فرصتی برای بهبود و اصلاح نظام آموزشی می‌داند. در این دیدگاه، ارزشیابی دارای سه کاربرد اساسی در فرآیند یاددهی - یادگیری است:

۱- وسیله‌ای برای مطلع شدن از میزان محتوای یاد گرفته‌شده و تعیین خلأهای موجود بین اهداف یادگیری قصد شده و اهداف یادگیری کسب‌شده (ارزشیابی از یادگیری).

۲- ابزاری برای مطلع شدن یادگیرنده از چگونگی توسعه یادگیری‌های بعدی‌اش (ارزشیابی برای یادگیری).

۳- بخشی از فرآیند یادگیری (ارزشیابی به‌عنوان یادگیری).

در این برنامه درسی با توجه به تغییر رویکرد و جایگاه ارزشیابی، ارزشیابی دیگر تنها متکی بر یک روش (آزمون کتبی) که فقط قابلیت سنجش بخش کوچکی از سطوح یادگیری افراد را دارد، نیست بلکه متناسب با اهداف مختلف یادگیری و رویکردهای مختلف آموزشی اعم از مسئله محور بودن، فرآیند محور بودن، فعالیت محور بودن، خلاقیت محور بودن در ارزشیابی نیز از شیوه‌های مختلف در اجرا استفاده می‌شود. این شیوه‌های اجرایی که می‌تواند شامل انواع ارزشیابی‌ها همانند ژورنال نویسی، ارزشیابی‌های چندگانه، آزمون‌های باز پاسخ، پوشه تحصیلی یا پوشه کار، ارزشیابی عملکردی بر اساس روبریک‌ها و شاخص‌های عملکردی، خود ارزشیابی و ارزشیابی هم‌گروهان، مصاحبه یا ارزشیابی شفاهی، ارزشیابی کتبی باشد، ضمن حفظ هماهنگی با رویکرد آموزشی، توانایی سنجش سطوح مختلف یادگیری افراد را دارد و خود موجب ارتقاء سطوح مختلف یادگیری فراگیران می‌شود. انتخاب انواع روش‌های ارزشیابی بر این اساس صورت گیرد که شیوه یا شیوه‌های ارزشیابی بتوانند به‌طور مؤثری هدف‌های آموزشی را ارزشیابی کنند و فراتر از آن در جهت برنامه حرکت کنند. در ضمن مهارت‌هایی چون مهارت برقراری ارتباط یا کار در گروه را نیز تقویت کرده و پرورش دهند. برای انتخاب روش‌های ارزشیابی باید هم به ارزشیابی آموخته‌ها و هم اهداف برنامه و کیفیت پایان کار دانش‌آموزان توجه شود.

ارزشیابی مناسب، منعکس‌کننده‌ی ریاضیاتی است که همه دانش‌آموزان برای دانستن و انجام دادن به آن نیاز دارند و یادگیری ریاضیات را افزایش می‌دهد، موجب برقراری عدالت آموزشی می‌شود و ضمن فرآیندی باز و پیوسته بودن، دارای ارتباط منطقی نیز است، موجب ارتقاء اعتبار استنتاج‌های مربوط به یادگیری ریاضیات می‌شود. یکی دیگر از ویژگی‌های ارزشیابی مناسب، حضور مستمر آن در تمامی مراحل فرآیند یاددهی - یادگیری از آغاز تا پایان است؛ به همین دلیل، از انواع مختلف ارزشیابی از لحاظ زمان اجرا شامل ۱- ارزشیابی آغازین، ۲- ارزشیابی تکوینی، ۳- ارزشیابی تشخیصی و ۴- ارزشیابی تراکمی (پایانی) بایستی در فرآیند آموزش استفاده شود. بر اساس این نوع ارزشیابی است که می‌توان از آن به‌عنوان ابزاری مناسب برای تصمیم‌گیری‌های آموزشی استفاده کرد.

بر اساس مطالب بیان‌شده می‌توان مهم‌ترین ویژگی‌های ارزشیابی مناسب را شامل موارد زیر دانست:

۱- علاوه بر نتایج یادگیری بر فرآیندهای یادگیری نیز توجه دارد.

۲- جریانی مستمر در فرآیند آموزش است.

۳- تصویری همه‌جانبه از تمامی سطوح یادگیری و توانایی‌های دانش‌آموزان ارائه می‌کند.

۴- به جای مقایسه فرد با دیگران تا حد امکان سعی دارد فرد را با خودش مقایسه کند.

- ۵- به جای تأکید و تمرکز صرف بر ضعف‌ها، کاستی‌ها و ناتوانی‌های دانش‌آموزان، بر نقاط مثبت و توانایی‌های دانش‌آموزان نیز تمرکز دارد.
- ۶- تفکر واگرا و بعد اجتماعی ریاضی همانند تلاش‌های گروهی، مهارت‌های پیچیده‌ی تفکر و برقراری ارتباط را مورد ارزیابی قرار می‌دهد.
- ۷- با تأکید بر تکالیف ارزشیابی اصیل، سودمندی تفکر ریاضی را برجسته می‌کند و شکاف میان ریاضیات واقعی و ریاضیات مدرسه‌ای را پر می‌کند.
- ۹- قابلیت تغییر را دارد و با رشد ایده‌ها، قابل بهبود است.
- ۱۰- از انواع شیوه‌های ارزشیابی در آن بر اساس نتایج یادگیری و شیوه‌های آموزش استفاده می‌شود.
- ۱۱- همه افراد مؤثر در امر آموزش در آن مشارکت دارند.